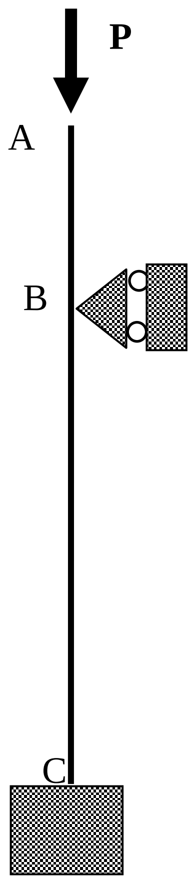
Exercice N° 1



On veut étudier la stabilité de la structure ci-contre, constituée d'une poutre AC de longueur *L*, de section d'inertie *I*, de matériau ayant un module d'Young *E*. Cette poutre est en liaison encastrement au point C. Elle a un appui glissant au point B défini par la distance AB = *a*.

On applique une charge de compression *P* à l'extrémité A de la poutre AC.

1 – Donner la méthode et les équations permettant de calculer la charge critique de flambement. Que devient cette charge lorsque la distance *a* est nulle ?

2 – En considérant que la déformée en flambement de la poutre AC peut être assimilée à une équation polynomiale du troisième degré et en utilisant la méthode de Rayleigh, donner une valeur approximative de la charge critique de flambement lorsque la distance *a* est non nulle.

Formulaire

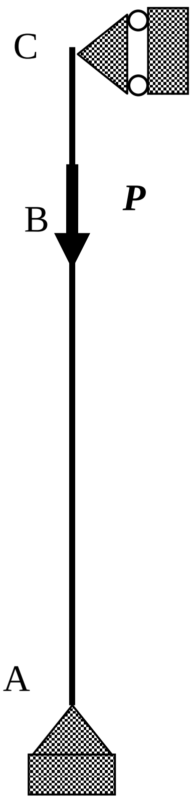
Energie de déformation d'une poutre en flexion :

$$\delta^2 U = \frac{1}{2}\int_o^L E\,I\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 dx$$

Variation de longueur d'une poutre en flexion :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\int_o^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$$

Exercice N° 2



On veut étudier la stabilité de la structure ci-contre, constituée d'une poutre AC de longueur *L*, de section d'inertie *I*, de matériau ayant un module d'Young *E*. Cette poutre est en liaison rotule au point A et en appui glissant en C. Elle supporte une charge axiale *P* au point B défini par la distance AB = *b*.

1 – On veut calculer la charge critique de flambement en utilisant la méthode de Rayleigh. Pour cela on utilise l'équation suivante de la déformée :

$$w(x) = a_0 + a_1\, x + a_2\, x^2$$

Après avoir déterminé les coefficients en utilisant les conditions cinématiques, donner la valeur de la charge critique de flambement. Que devient-elle lorsque *b* = *L* ?

2 – Toujours en utilisant la méthode de Rayleigh, donner la forme de l'équation de la déformée polynomiale permettant de respecter à la fois les conditions cinématiques et les conditions statiques. Calculer alors la nouvelle valeur de la charge critique de flambement. Que devient-elle lorsque *b* = *L* ? Conclusion.

Formulaire

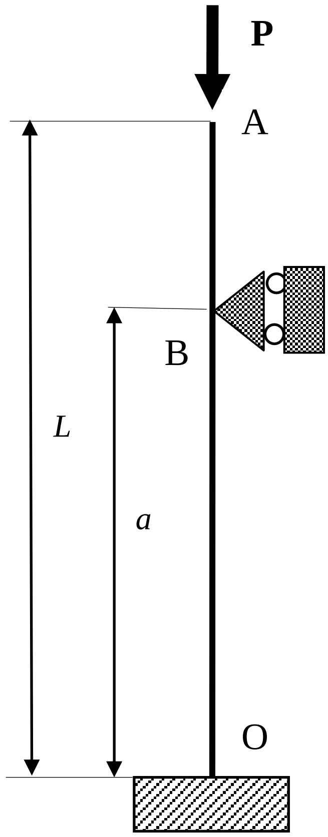
Energie de déformation d'une poutre en flexion :

$$\delta^2 U = \frac{1}{2}\int_o^L E\, I \left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 dx$$

Variation de longueur d'une poutre en flexion :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\int_o^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$$

Exercice N° 3



On veut étudier la stabilité de la structure ci-contre, constituée d'une poutre de longueur *L*, de section d'inertie *I*, de matériau ayant un module d'Young *E*. La section en O est encastrée sur un massif indéformable, le point B (situé à la distance *a* du point O) est en appui simple.

On applique une charge *P* à l'extrémité A de la poutre OA.

1 – En considérant que la réaction d'appui en B est l'inconnue hyperstatique, calculer analytiquement la charge critique de la poutre. A défaut d'une solution analytique complète, on fera le calcul le plus loin possible.

2 – Que devient cette charge critique lorsque que la distance *a* est nulle ?

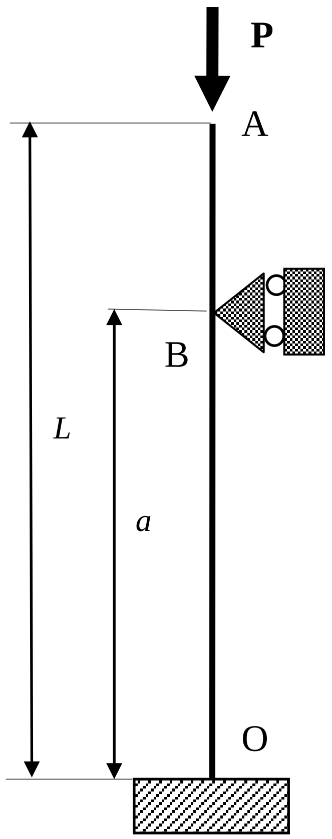
3 – En considérant que la déformée en flambement de la poutre OA peut être assimilée à une équation polynomiale du troisième degré et en utilisant la méthode de Rayleigh, donner une valeur approximative de la charge critique de flambement.

Formulaire

Energie de déformation d'une poutre en flexion : $\delta^2 U = \frac{1}{2} \int_o^L E\, I \left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 dx$

Variation de longueur d'une poutre en flexion : $\varepsilon = \frac{1}{2} \int_o^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$

Exercice N° 4



On veut étudier la stabilité de la structure ci-contre, constituée d'une poutre de longueur *L*, de section d'inertie *I*, de matériau ayant un module d'Young *E*. La section en O est encastrée sur un massif indéformable, le point B (situé à la distance *a* du point O) est en appui simple.

On applique une charge *P* à l'extrémité A de la poutre OA.

1 – En considérant que la réaction d'appui en B est l'inconnue hyperstatique, calculer analytiquement la charge critique de la poutre. A défaut d'une solution analytique complète, on fera le calcul le plus loin possible.

2 – Que devient cette charge critique lorsque que la distance *a* est nulle ?

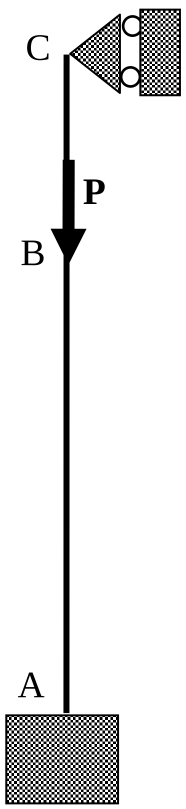
3 – En considérant que la déformée en flambement de la poutre OA peut être assimilée à une équation polynomiale du troisième degré et en utilisant la méthode de Rayleigh, donner une valeur approximative de la charge critique de flambement.

Formulaire

Energie de déformation d'une poutre en flexion : $\delta^2 U = \frac{1}{2} \int_o^L E\,I \left(\frac{d^2 w}{dx^2}\right)^2 dx$

Variation de longueur d'une poutre en flexion : $\varepsilon = \frac{1}{2} \int_o^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$

Exercice N° 5



On veut étudier la stabilité de la structure ci-contre, constituée d'une poutre AC de longueur *L*, de section d'inertie *I*, de matériau ayant un module d'Young *E*. Cette poutre est en liaison encastrement au point A. Elle a un appui glissant au point C.

On applique une charge de traction - compression *P* au point B défini par la distance AB = *a*.

1 – Donner la méthode et les équations permettant de calculer la charge critique de flambement. Calculer cette charge lorsque la distance *a* est égale à la longueur de la poutre *L* ?

2 – En considérant que la déformée en flambement de la poutre AC peut être assimilée à une équation polynomiale du troisième degré et en utilisant la méthode de Rayleigh, donner une valeur approximative de la charge critique de flambement lorsque la distance *a* est non nulle.

Formulaire

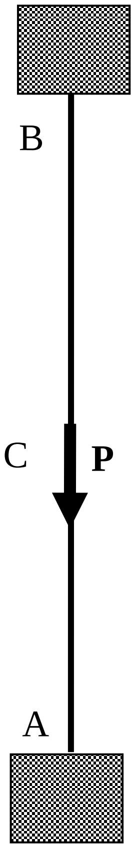
Energie de déformation d'une poutre en flexion :

$$\delta^2 U = \frac{1}{2}\int_o^L E\,I\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 dx$$

Variation de longueur d'une poutre en flexion :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\int_o^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$$

Exercice N° 6



On veut étudier la stabilité du poteau AC de longueur *L*, de section d'inertie *I* et de matériau ayant un module d'Young *E*. Le pied (point A) et la tête (point C) du poteau sont encastrés dans un bâti.

On applique une charge *P* de traction – compression du poteau au point B, milieu du poteau. On veut déterminer la charge critique de flambement.

1 – Donner la méthode et l'équation finale permettant de calculer la charge critique de flambement.

2 – En considérant que la déformée en flambement de la poutre AC peut être assimilée à une équation polynomiale et en utilisant la méthode de Rayleigh, donner une valeur approximative de la charge critique de flambement.

Formulaire

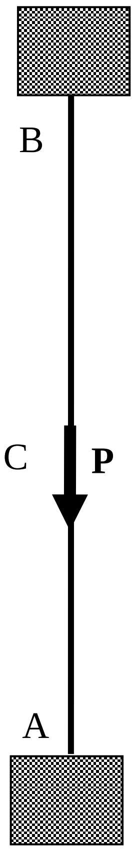
Energie de déformation d'une poutre en flexion :

$$\delta^2 U = \frac{1}{2}\int_o^L E\,I\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 dx$$

Variation de longueur d'une poutre en flexion :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\int_o^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$$

Exercice N° 7



On veut étudier la stabilité du poteau AC de longueur *L*, de section d'inertie *I* et de matériau ayant un module d'Young *E*. Le pied (point A) et la tête (point C) du poteau sont encastrés dans un bâti.

On applique une charge *P* de traction – compression du poteau au point B, milieu du poteau. On veut déterminer la charge critique de flambement.

1 – Donner la méthode et l'équation finale permettant de calculer la charge critique de flambement.

2 – En considérant que la déformée en flambement de la poutre AC peut être assimilée à une équation polynomiale et en utilisant la méthode de Rayleigh, donner une valeur approximative de la charge critique de flambement.

Formulaire

Energie de déformation d'une poutre en flexion :

$$\delta^2 U = \frac{1}{2}\int_o^L E\, I \left(\frac{d^2 w}{dx^2}\right)^2 dx$$

Variation de longueur d'une poutre en flexion :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\int_o^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$$