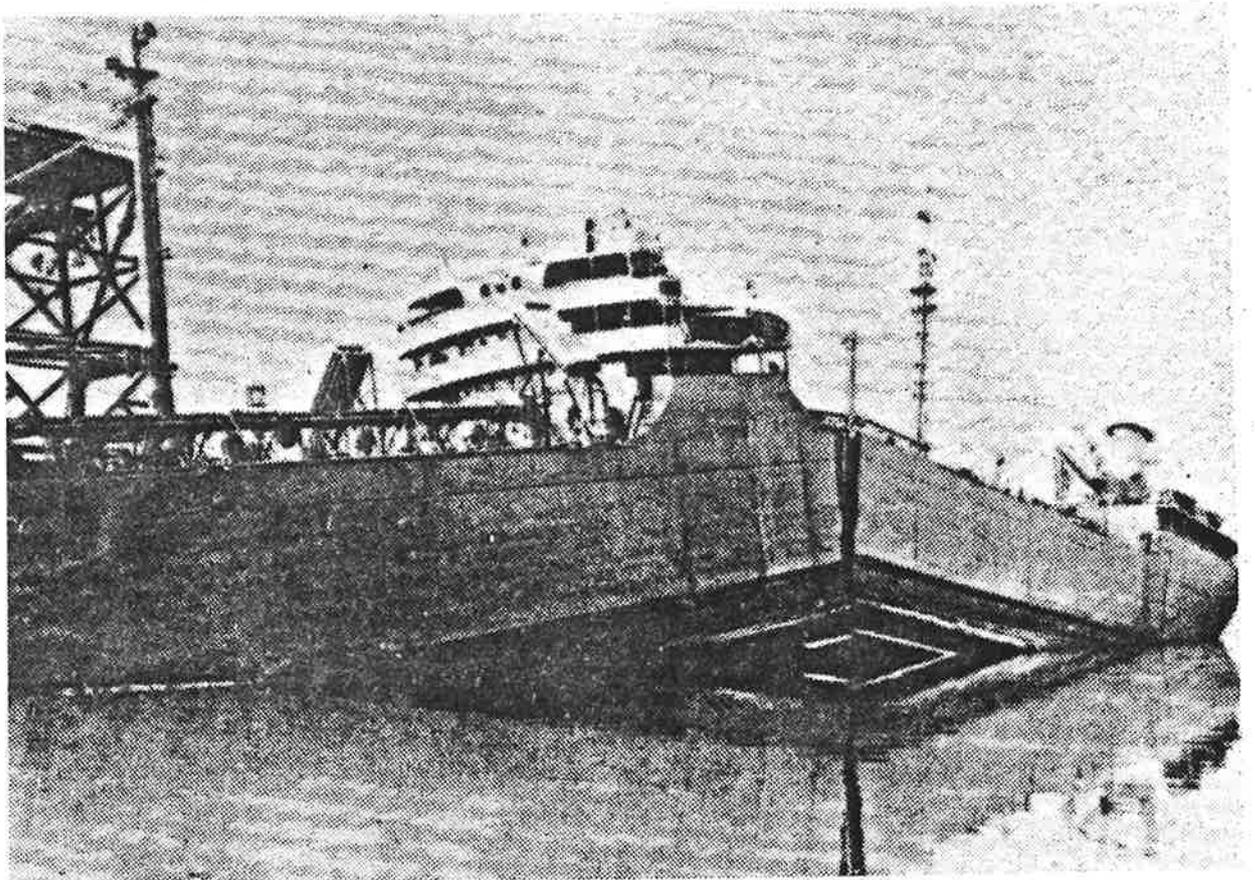


Cluny

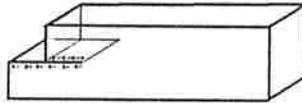
MECANIQUE LINEAIRE
DE LA
RUPTURE



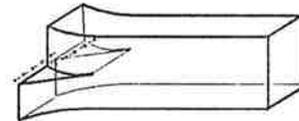
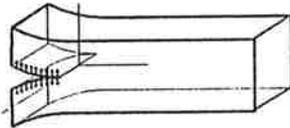
Rupture fragile d'un navire (photo A.B.S.)

MAYA

MECANIQUE DE LA RUPTURE



SOMMAIRE



CHAPITRE I

GENERALITES

CHAPITRE II

MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE

Historique

Hypothèses. Domaine d'emploi

Initialisation de la fissure

Modes de sollicitations

Solution de *Westergaard*

Solution de *Muskhelishvili*

Facteurs d'intensité des contraintes

Intégrales de contour

Taux de restitution de l'énergie

Problèmes tridimensionnels

Analyses élastoplastiques

CHAPITRE III

ASPECTS PHENOMENOLOGIQUES

Variables

Facteurs de correction

Méthodes des éléments finis

Résultats expérimentaux

Critères de ruine en statique

Critères de ruine en fatigue

CHAPITRE IV

TECHNIQUES EXPERIMENTALES

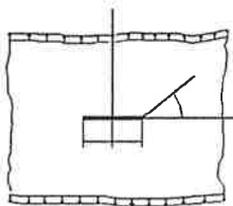
Eprouvettes

Dispositif d'essai

ANNEXE

NORME NF A-03-180

Détermination du facteur d'intensité de contrainte critique des aciers



1972 : Une barge de 175 m de long se brisa après une année de service seulement.

Hiver 1986-1987 : Rupture de plusieurs installations de remontée mécanique.

Ces ruptures sont finalement en nombre très faible vis à vis du nombre des endommagements de structure apportés par les dépassements de limite élastique (plastification) ou par instabilité (flambement). Elles sont néanmoins particulièrement dangereuses car elles ne peuvent que difficilement être détectées à l'avance. De plus, une fois initiée la rupture fragile se propage à une vitesse telle qu'il est pratiquement impossible d'y remédier.

L'élaboration ces dernières décennies d'acier à haute résistance mécanique a en fait conduit à des aciers fragiles.

Ceci a nécessité la création d'une nouvelle discipline :

"LA MECANIQUE DE LA RUPTURE"

Les questions pour lesquelles on va essayer d'apporter des éléments de réponse sont les suivantes :

Quelle est la *résistance résiduelle* en fonction de la taille de la fissure?

Quelle *taille critique* peut-on tolérer pour une charge de service donnée?

Quel est le *nombre de cycles* qui sépare une fissure d'une taille donnée de sa taille critique?

CHAP II: MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE

1- HISTORIQUE

La théorie de la fissuration décrit le comportement des solides ou structures présentant des discontinuités géométriques macroscopiques à l'échelle de la structure. Cette théorie permet de prévoir l'évolution de ces discontinuités jusqu'à la rupture complète de la structure.

Il est très important de prendre en compte ces discontinuités car elles modifient localement très fortement les états de contraintes, déformations et déplacements.

En 1920 *Griffith* montrait que la rupture d'un milieu élastique-fragile pouvait être caractérisée par une variable dont la valeur critique était une caractéristique du matériau. Ce n'a été qu'en 1970 que cette thèse fût reconnue. On admit que les phénomènes essentiels se situent au voisinage du front de fissure. Ceci est dû aux fortes concentrations de contraintes qui en élasticité linéaire se traduisent par des singularités de contraintes.

En 1956 *Irwin*, en étudiant ces singularités, définit des facteurs d'intensité des contraintes. Ces paramètres sont très largement utilisés pour étudier la rupture fragile ou la rupture par fatigue des milieux bidimensionnels.

Entre ces deux approches (globale et semi-locale) se situent les intégrales de contours (*Rice* 1968 et *Bui* 1973) qui caractérisent la singularité d'un point de vue énergétique.

2- HYPOTHESES. DOMAINE D'EMPLOI.

La mécanique linéaire de la rupture par fissuration est fondée sur une analyse élastique du champ des contraintes en petites déformations.

Ceci est pratiquement valable pour les matériaux élastiques-fragiles tels que les aciers à haute résistance, les verres, et dans une moindre

mesure les bétons et les bois.

Les problèmes, bidimensionnels ou tridimensionnels, se traitent sans trop de difficultés si toutes les charges extérieures sont proportionnelles à un seul paramètre. Si le chargement n'est pas proportionnel, il faut ajouter un critère de déviation. En fait nous verrons que plusieurs théories sont possibles, toutes conduisant à des critères différents mais de domaines de validité voisins.

Pour l'étude des matériaux ductiles (aciers faiblement alliés, aciers inoxydables, polymères ...) on est obligé de faire intervenir les notions de plasticité et de viscoplasticité. Ceci nous amène dans le domaine de la *mécanique non linéaire de la rupture*. La plasticité intervient au niveau de la définition de la zone plastique et au niveau de la progression du front de fissure.

3- INITIALISATION DE LA FISSURE.

La mécanique de la rupture par fissuration suppose l'existence d'une fissure initiale dans la structure étudiée. De plus il est nécessaire que cette structure soit soumise à un système de sollicitations extérieures.

L'origine de la fissure initiale est :

Soit un défaut dans l'élaboration de la matière,

Soit un endommagement sous l'effet des sollicitations.

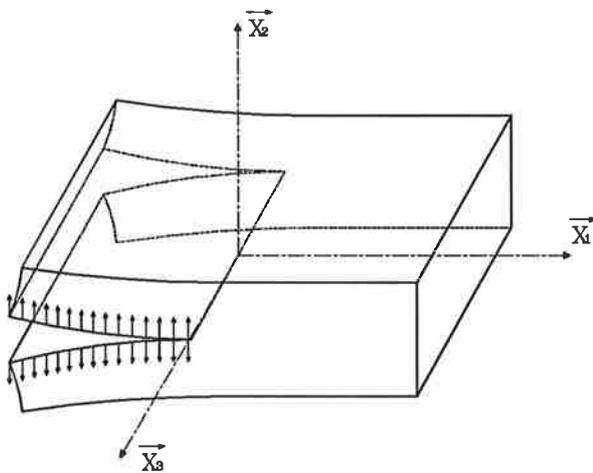
Dans le premier cas il n'y a pas de relation entre l'orientation de la fissure et le système de chargement. Par contre dans le second cas, la fissure progressera par continuité du mécanisme d'endommagement sans transition.

4- MODES DE SOLLICITATIONS.

Considérons une fissure dans un milieu plan. Selon la direction de la sollicitation par rapport à celle de la fissure, on distingue trois cinématiques du déplacement relatif des lèvres de la fissure.

On désigne par $\langle u \rangle$ la discontinuité de la fonction u au niveau des deux lèvres de la fissure.

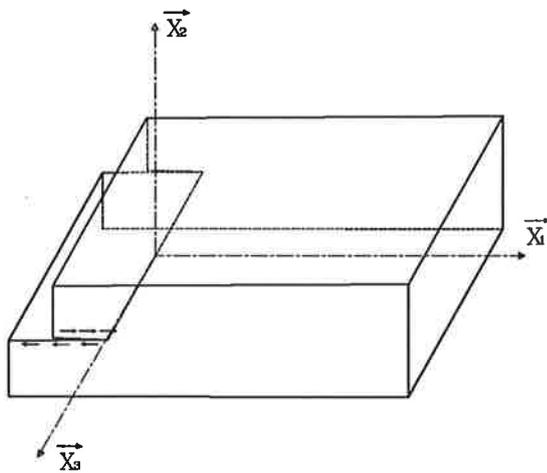
MODE I



Mode d'ouverture

$$\begin{aligned}\langle u_1 \rangle &= 0 \\ \langle u_2 \rangle &\neq 0 \\ \langle u_3 \rangle &= 0\end{aligned}$$

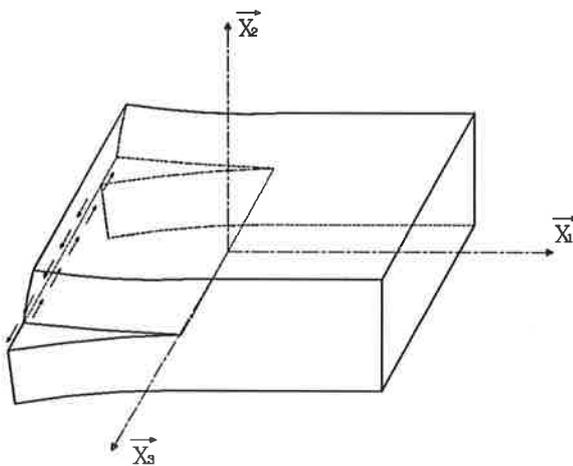
MODE II



Mode de cisaillement plan

$$\begin{aligned}\langle u_1 \rangle &\neq 0 \\ \langle u_2 \rangle &= 0 \\ \langle u_3 \rangle &= 0\end{aligned}$$

MODE III



Mode de cisaillement antiplan

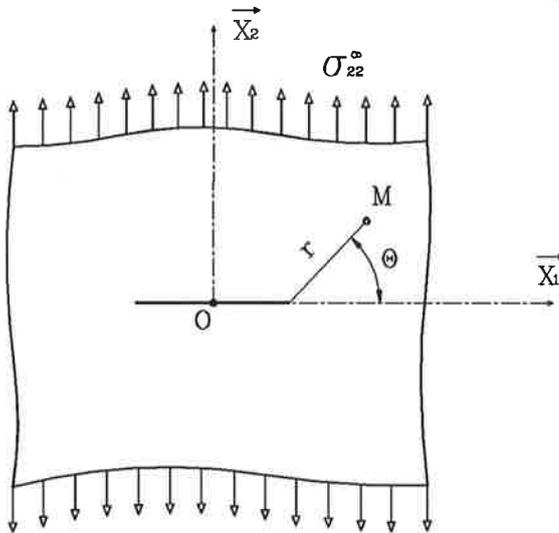
$$\begin{aligned}\langle u_1 \rangle &= 0 \\ \langle u_2 \rangle &= 0 \\ \langle u_3 \rangle &\neq 0\end{aligned}$$

5- SOLUTION ASYMPTOTIQUE DE WESTERGAARD.

On donnera cette solution dans le cas du problème du milieu plan infini peu épais (→ Etat plan de contrainte) soumis suffisamment loin de la fissure de longueur $2a$ à un champ de contrainte uniforme $\sigma_{1j}=0$ sauf pour la contrainte $\sigma_{22}=\sigma_{22}^{\infty}$. On obtient ainsi une sollicitation de mode I.

La solution obtenue par *Westergaard* donne l'état de contrainte au voisinage immédiat de la fissure.

Le problème d'élasticité plane est de rechercher un état de contrainte et un état de déformation qui permettent de retrouver les conditions aux limites en particulier au niveau des lèvres de la fissure.



a : demi-longueur de fissure

(r, θ) : variables de position

z : affixe du point considéré

$$z = x_1 + i x_2$$

$$z = a + r e^{i\theta}$$

La solution s'obtient par la fonction d'AIRY Φ de la variable complexe z . Cette fonction peut se mettre sous la forme suivante :

$$\Phi = R_e(H) + x_2 I_m(G)$$

$$\text{avec } \frac{dH}{dz} = G ; \frac{dG}{dz} = F ; \frac{dF}{dz} = f$$

$$\text{et } F = K_I \left(\frac{\pi}{a} (z^2 - a^2) \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Les équations d'équilibre sont automatiquement satisfaites et les conditions de CAUCHY-RIEMANN permettent d'effectuer le calcul des contraintes :

$$\sigma_{11} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} = R_e(F) - x_2 I_m(f)$$

$$\sigma_{22} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} = R_e(F) + x_2 I_m(f)$$

$$\sigma_{12} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1 \partial x_2} = - x_2 R_e(f)$$

On peut alors effectuer le changement de variable :

$$z - a = r e^{i\theta}$$

Ce qui nous permet d'obtenir une expression de F valable au voisinage de la pointe de fissure ($r \rightarrow 0$).

$$F = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad K_I = K_I(a, \sigma_{22}^\infty)$$

Dans cette expression K_I est une fonction indépendante des coordonnées du point. Elle ne dépend que de la demi-longueur de fissure a et du chargement σ_{22}^∞ .

Le calcul des contraintes donne alors :

$$\bar{\sigma} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \begin{bmatrix} 1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} & 1 + \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \end{bmatrix}$$

On peut alors obtenir le champ de déplacement par intégration du champ des déformations $\bar{\varepsilon}$.

$$u_1 = \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\frac{\theta}{2} \left[(3 - \nu) - (1 + \nu) \cos\theta \right]$$

$$u_2 = \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\frac{\theta}{2} \left[(3 - \nu) - (1 + \nu) \cos\theta \right]$$

Le déplacement d'ouverture de fissure $\langle u_2 \rangle$ est défini en contraintes planes par :

$$\langle u_2 \rangle = u_2(r, \pi) - u_2(r, \pi) = \frac{8 K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$$

On constate ainsi qu'à la pointe de la fissure les contraintes sont singulières en $r^{-1/2}$ et que le déplacement d'ouverture tend vers 0 comme $r^{1/2}$.

Le problème identique traité avec l'hypothèse des déformations planes donne les mêmes expressions pour les contraintes avec :

$$\sigma_{33} = \nu (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \neq 0$$

Toutefois cela conduit à un champ de déplacement différent :

$$u_1 = \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \nu) \cos \frac{\theta}{2} \left[3 - 4\nu - \cos \theta \right]$$

$$u_2 = \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \nu) \sin \frac{\theta}{2} \left[3 - 4\nu - \cos \theta \right]$$

Le déplacement d'ouverture de fissure $\langle u_2 \rangle$ est défini en déformations planes par :

$$\langle u_2 \rangle = u_2(r, \pi) - u_2(r, \pi) = \frac{8 K_I}{E} (1 - \nu^2) \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$$

Des procédures similaires, appliquées à l'étude du même milieu sollicité en mode II et en mode III donnent les résultats suivants :

MODE II

Contraintes et déplacements dans l'hypothèse d'un état plan (contraintes ou déformations) :

$$\sigma_{II} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -\sin\frac{\theta}{2} \left(2 + \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \right) & \cos\frac{\theta}{2} \left(1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \right) \\ \cos\frac{\theta}{2} \left(1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \right) & \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \end{bmatrix}$$

Avec $K_{II} = K_{II}(a, \sigma_{12}^{\infty})$

$$u_1 = \frac{K_{II}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \nu) \sin\frac{\theta}{2} \left[C_1 + 2 + \cos\theta \right]$$

$$u_2 = \frac{K_{II}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \nu) \cos\frac{\theta}{2} \left[C_1 - 2 + \cos\theta \right]$$

*Contraintes planes : $C_1 = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}$ $\langle u_1 \rangle = \frac{8 K_{II}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$

*Déformations planes : $C_1 = 3 - 4\nu$ $\langle u_1 \rangle = \frac{8 K_{II}}{E} (1 - \nu^2) \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$

MODE III

Ce mode est aussi appelé mode antiplan.

$$\sigma_{III} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\sin\frac{\theta}{2} \\ 0 & 0 & \cos\frac{\theta}{2} \\ -\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

Avec $K_{III} = K_{III}(a, \sigma_{23}^{\infty})$

D'où les déplacements antiplans :

$$u_1 = u_2 = 0$$

$$u_3 = \frac{4(1 + \nu)}{E} K_{III} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\frac{\theta}{2}$$

$$\langle u_3 \rangle = u_3(r, \pi) - u_3(r, -\pi) = \frac{8(1 + \nu) K_{III}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$$

6- SOLUTION EXACTE DE MUSKELISHVILI

Si le milieu étudié au paragraphe précédent est infini dans les deux directions, on connaît la solution exacte pour le mode I de sollicitation. Elle s'obtient par superposition des solutions du problème trivial du milieu sans fissure et du problème à contrainte nulle à l'infini et égale à $-\sigma_{22}^{\infty}$ sur la ligne de fissure $-a < x_1 < a$.

Cette solution est analytique pour $x_2=0$. Dans le cas de contraintes planes, elle est la suivante :

$$\underline{x_1 \geq a \quad (x_2=0)}$$

$$\sigma_{22} = \frac{\sigma_{22}^{\infty}}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{x_1}\right)^2}}$$

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} - \sigma_{22}^{\infty}$$

$$\epsilon_{22} = \frac{\sigma_{22}^{\infty}}{E} \left[\frac{(1 - \nu)}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{x_1}\right)^2}} + \nu \right]$$

$$\underline{0 \leq x_1 \leq a \quad (x_2=0)}$$

$$\langle u_2 \rangle = \frac{4 \sigma_{22}^{\infty} a}{E} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{x_1}\right)^2}$$

Si on effectue le changement de variable $x_1=a+r$, on obtient :

$$\sigma_{22} = \frac{\sigma_{22}^{\infty} (a + r)}{\sqrt{r (2a + r)}}$$

Pour r petit on a :

$$\sigma_{22} \longrightarrow \sigma_{22}^{\infty} \sqrt{\frac{a}{2r}}$$

On constate bien que la composante σ_{22} (pour $x_2=0$) est singulière en $r^{-1/2}$ à la pointe de la fissure ($r=0$).

On retrouve la solution de *Westergaard* en posant :

$$K_I = \sigma_{22}^{\infty} \sqrt{\pi a}$$

Par ailleurs, l'expression du déplacement d'ouverture de fissure montre que la forme de la fissure sollicitée est une ellipse.

7- FACTEURS D'INTENSITE DES CONTRAINTES

Les fonctions $K_I(\sigma_{22}^{\infty}, a)$, $K_{II}(\sigma_{12}^{\infty}, a)$ et $K_{III}(\sigma_{23}^{\infty}, a)$ introduites dans l'expression de la fonction d'AIRY de *Westergaard* caractérisent finalement l'intensité de la singularité du champ des contraintes à la pointe de la fissure et sont proportionnelles à la discontinuité du déplacement des lèvres de la fissure.

On les appelle *facteurs d'intensité des contraintes en mode I, mode II ou mode III*.

La connaissance de leur valeur permet de déterminer complètement les champs de contraintes ou de déplacements dans la structure fissurée, considérée comme élastique.

Inversement, la connaissance des expressions des composantes non nulles des contraintes et des déplacements nous permettra de déterminer les facteurs d'intensité des contraintes grâce aux expressions suivantes qui constituent leurs définitions pour les milieux plans fissurés :

| |
|---|
| $K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\sigma_{1j} \sqrt{2 \pi r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8 C_2} \sqrt{\frac{2 \pi}{r}} \langle u_2 \rangle \right)$ |
| $K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\sigma_{1j} \sqrt{2 \pi r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8 C_2} \sqrt{\frac{2 \pi}{r}} \langle u_1 \rangle \right)$ |
| $K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\sigma_{1j} \sqrt{2 \pi r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8 (1 + \nu)} \sqrt{\frac{2 \pi}{r}} \langle u_3 \rangle \right)$ |

$C_2 = 1$ en contraintes planes

$C_2 = 1 - \nu^2$ en déformations planes

L'unité des facteurs d'intensité des contraintes est le $N.m^{-3/2}$ ou le $MPa.m^{1/2}$ ($MPa\sqrt{m}$).

Remarque: Il ne faut pas confondre les facteurs d'intensité des contraintes (qui traduisent une singularité des contraintes) avec les facteurs de concentration des contraintes (qui traduisent un accroissement des contraintes).

8- INTEGRALES DE CONTOUR

Une autre façon de caractériser la singularité du champ des contraintes au voisinage de la pointe des fissures est l'étude de certaines intégrales de contour que l'on peut déduire de la loi de conservation de l'énergie.

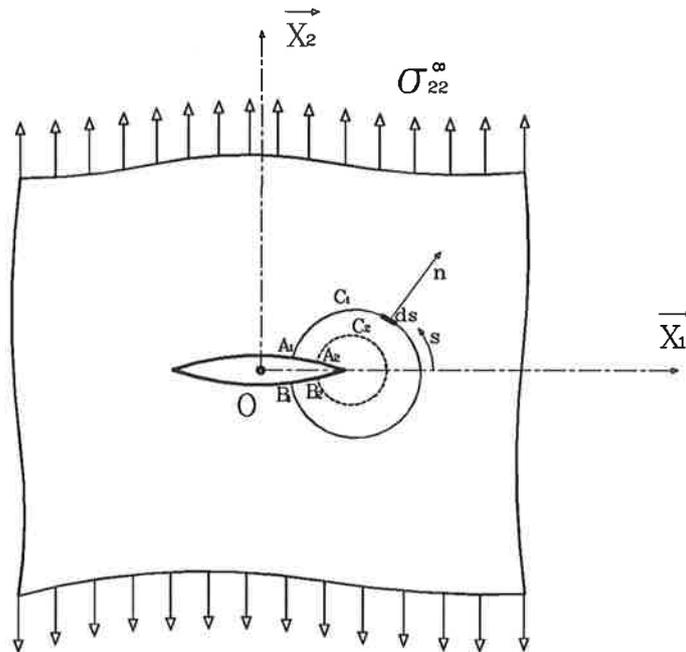
Considérons un milieu fissuré plan, élastique, sollicité en mode mixte I et II, c'est à dire un problème plan où les déplacements de fissure sont:

$$\langle u_1 \rangle \neq 0 \quad ; \quad \langle u_2 \rangle \neq 0 \quad ; \quad \langle u_3 \rangle = 0$$

Soit \mathcal{C} un contour ouvert entourant la pointe de la fissure et soit \vec{n} sa normale extérieure.

Si W_e est la densité d'énergie de déformation élastique et W_e^* l'énergie complémentaire, on écrit:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W_e}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{\partial W_e^*}{\partial \sigma_{ij}}$$



On définit alors l'intégrale de Rice par la relation :

$$J = \int_{\mathcal{C}} \left(W_e n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) ds \quad \text{Intégrale de RICE}$$

L'intégrale de *Bui* duale de la précédente est définie par :

$$I = \int_{\mathcal{C}} \left(-W_e^* n_1 + u_1 n_j \frac{\partial \sigma_{1j}}{\partial x_1} \right) ds \quad \text{Intégrale de BUI}$$

Ces intégrales sont indépendantes du contour (ouvert) d'intégration.

En effet, pour le démontrer il suffit de considérer un contour fermé constitué de deux contours ouverts \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 et de deux segments des lèvres de la fissure A_1A_2 et B_1B_2 .

J et I sont nulles sur le contour fermé (par application du théorème de STOKES) et nulles également sur les deux segments où $n_1=0$ et $\sigma_{1j}=0$ d'après les conditions aux limites de contraintes nulles sur les lèvres de la fissure.

On peut donc appliquer les intégrales de *Rice* et de *Bui* sur un contour voisin de la pointe de fissure avec les champs de contraintes et de déplacements de *Westergaard* utilisables en mode mixte, par superposition des deux champs particuliers des modes I et II.

On trouve alors:

$$J = I = \begin{cases} \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) & \text{en contraintes planes} \\ \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) & \text{en déformations planes} \end{cases}$$

On montre que dans un cas réel les intégrales de *Rice* et de *Bui* encadrent la solution :

$$J_{\text{approché}} \leq J_{\text{exacte}} = I_{\text{exacte}} \leq I_{\text{approché}}$$

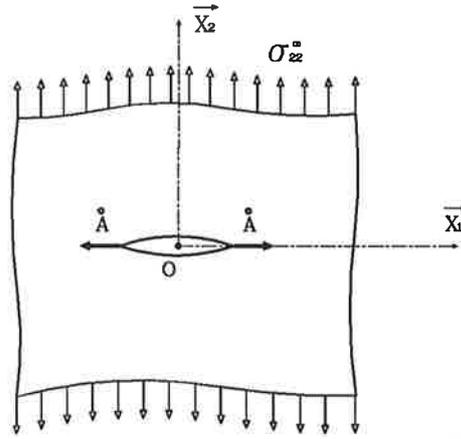
Ceci peut être utilisé pour cerner la solution à un problème donné.

9- TAUX DE RESTITUTION DE L'ENERGIE

L'étude énergétique est une approche plus globale du phénomène. Elle consiste à étudier le bilan des énergies mises en jeu dans le processus d'accroissement de fissure.

Considérons le milieu plan fissuré élastique d'épaisseur e

de la figure ci-contre dans lequel la fissure croît avec une vitesse linéique \dot{a} ou surfacique $\dot{A} = e \dot{a}$.



Appliquons le premier principe de la thermodynamique dans l'hypothèse des petites perturbations :

$$\dot{E} + \dot{K} = \mathcal{P}(x) + Q - 2 \gamma \dot{A}$$

E : Energie interne

K : Energie cinétique

Q : Taux de chaleur reçue par le domaine considéré

$\mathcal{P}(x)$: Puissance des efforts extérieurs

$$\mathcal{P}(x) = \int_{\partial \mathcal{D}} \vec{F} \cdot \dot{\vec{u}} \, ds \quad \text{en l'absence de forces volumiques}$$

$2 \gamma \dot{A}$: Puissance dissipée par le mécanisme de décohesion

γ est une constante caractéristique du matériau.

La variation d'énergie interne s'exprime par :

$$\dot{E} = -\mathcal{P}_1 + Q$$

Avec :

$$\mathcal{P}(x) = \mathcal{P}_a + \mathcal{P}_1$$

\mathcal{P}_a : Puissance des quantités d'accélération

\mathcal{P}_1 : Puissance des efforts intérieurs

$$\mathcal{P}_1 = \int_{\mathcal{D}} \bar{\sigma} : \dot{\bar{\epsilon}} \, dv = \dot{W}_e$$

On obtient donc :

$$-\int_{\mathcal{D}} \bar{\sigma} : \dot{\bar{\epsilon}} \, dv + \dot{K} = \int_{\partial \mathcal{D}} \vec{F} \cdot \dot{\vec{u}} \, ds - 2 \gamma \dot{A}$$

D'où :

$$\dot{K} = \int_{\partial\mathcal{D}} \vec{F} \cdot \dot{\vec{u}} \, ds + \dot{W}_e - 2 \gamma \dot{A}$$

La condition de stabilité du processus est que l'énergie cinétique ne s'accroisse pas :

$$\dot{K} = \int_{\partial\mathcal{D}} \vec{F} \cdot \dot{\vec{u}} \, ds + \dot{W}_e - 2 \gamma \dot{A} \leq 0$$

Soit en considérant que A est la seule variable de ce bilan global :

$$\dot{K} = \left(\int_{\partial\mathcal{D}} \vec{F} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial A} \, ds + \frac{\partial W_e}{\partial A} - 2 \gamma \right) \dot{A} \leq 0$$

Ce qui nous donne, en tenant compte que \dot{A} est positif pour un avancement de la fissure :

$$\boxed{\int_{\partial\mathcal{D}} \vec{F} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial A} \, ds - \frac{\partial W_e}{\partial A} \leq 2 \gamma}$$

La quantité au premier membre, qui représente l'énergie disponible lors d'un accroissement de fissure et qui peut être utilisée pour créer ce mécanisme, est par définition *le taux de restitution d'Énergie G*.

On a ainsi :

$$G = \int_{\partial\mathcal{D}} \vec{F} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial A} \, ds - \frac{\partial W_e}{\partial A}$$

La condition de rupture par instabilité des milieux élastiques fragiles de *Griffith* est alors :

$$G > 2 \gamma$$

Lorsque $G = 2 \gamma$, on peut dire que la rupture est "contrôlée", l'énergie cinétique n'augmentant plus.

En fait, par le formalisme de la thermodynamique, on montre que la notion introduite par le taux de restitution d'énergie reste valable pour les milieux tridimensionnels élastoplastiques ou viscoplastiques, en s'affranchissant ainsi de l'hypothèse de l'élasticité plan linéaire.

Toutefois dans les milieux élastiques plans, le taux de restitution d'énergie G est relié simplement aux facteurs d'intensité de contraintes K_I , K_{II} , K_{III} et aux intégrales de contour J (Rice) et I (Bui).

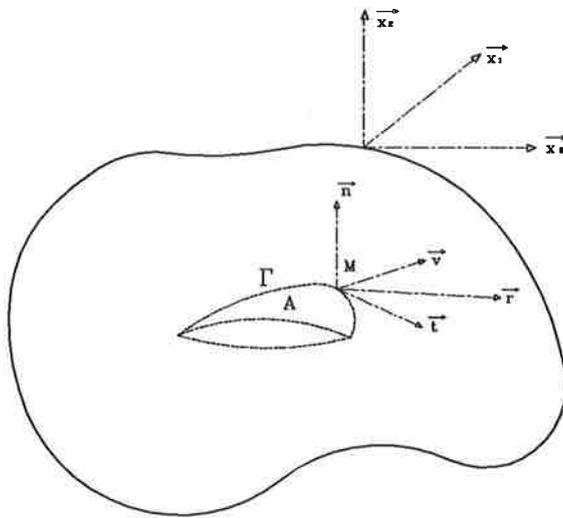
$$\begin{cases} G = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 & \text{en contraintes planes} \\ G = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 & \text{en déformations planes} \end{cases}$$

10- PROBLEMES TRIDIMENSIONNELS

En tridimensionnel le problème est complexe et il n'existe que peu de solutions explicites.

L'approche thermodynamique (par l'intermédiaire du taux de restitution de l'énergie G) est la mieux adaptée. Toutefois dans un but de simplification c'est la notion de facteur d'intensité de contrainte K_I , K_{II} , K_{III} qui est la plus couramment utilisée.

La fissure plane est définie par sa surface A et sa ligne de front Γ référencée dans le repère $(O; \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ dont l'axe \vec{x}_2 est normal au plan de la fissure.



Soit $(M; \vec{n}, \vec{t}, \vec{v})$ le repère orthonormé local au point M de la ligne de front.

Il est défini par la normale \vec{n} parallèle à \vec{x}_2 et la tangente \vec{t} à Γ en M

Soit \vec{r} une direction quelconque dans le plan $(M; \vec{n}, \vec{v})$ sur laquelle la mesure de l'abscisse est r . Nous avons dans ce cas :

| |
|---|
| $K_I(M) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\sigma_{22} \sqrt{2 \pi r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8 (1 - \nu^2)} \langle u_2 \rangle \sqrt{\frac{2 \pi}{r}} \right)$ |
| $K_{II}(M) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\sigma_{2v} \sqrt{2 \pi r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8 (1 - \nu^2)} \langle u_v \rangle \sqrt{\frac{2 \pi}{r}} \right)$ |
| $K_{III}(M) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\sigma_{2t} \sqrt{2 \pi r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8 (1 + \nu)} \langle u_t \rangle \sqrt{\frac{2 \pi}{r}} \right)$ |

On constate que ces expressions sont identiques à celles qui définissent les facteurs d'intensité des contraintes dans les milieux plans en déformations planes.

11- ANALYSES ELASTO-PLASTIQUES

Pour les matériaux élastiques fragiles ou peu ductiles, l'analyse élastique linéaire cerne d'assez près la réalité physique.

Toutefois cette analyse est insuffisante lorsque les déformations plastiques sont importantes (dimension caractéristique ≥ 5 à 20% de la longueur de la fissure). L'étude en prenant une loi élasto-plastique est assez complexe. Aussi dans la pratique on utilise soit des corrections de zone plastique, soit des paramètres globaux déduits d'une analyse élastique non linéaire.

11-1 Estimation de la zone plastique en pointe de la fissure

On peut obtenir une estimation grossière de la zone plastique d'une fissure avec la solution asymptotique de *Westergaard*.

L'utilisation d'un critère de limite d'élasticité (*Mises*, *Tresca* ...) permet de délimiter la zone plastique. Pour le mode de sollicitation I, la limite de la zone plastique est donnée par :

$$r_1 = \frac{K_I^2}{2 \pi \sigma_e^2} \cos^2 \frac{2\theta}{2} \left(1 + 3 \sin^2 \frac{2\theta}{2} \right) \quad \text{en contraintes planes}$$

$$r_1 = \frac{K_I^2}{2 \pi \sigma_e^2} \cos^2 \frac{2\theta}{2} \left((1 - 2\nu)^2 + 3 \sin^2 \frac{2\theta}{2} \right) \quad \text{en déformations planes}$$

Si r_1 est petit par rapport à la longueur de fissure $\left(\frac{r_1}{a} < 0,2\right)$, on peut admettre que le champ des contraintes calculé en élasticité est peu perturbé par la présence des déformations plastiques (sauf bien sûr pour $r < r_1$).

On obtient ainsi une approximation de la frontière de la zone plastique.

Sur l'axe de la fissure on a :

$$\rho = r_1(\theta = 0) = \frac{K_I^2}{2 \pi \sigma_e^2} \quad \text{en contraintes planes}$$

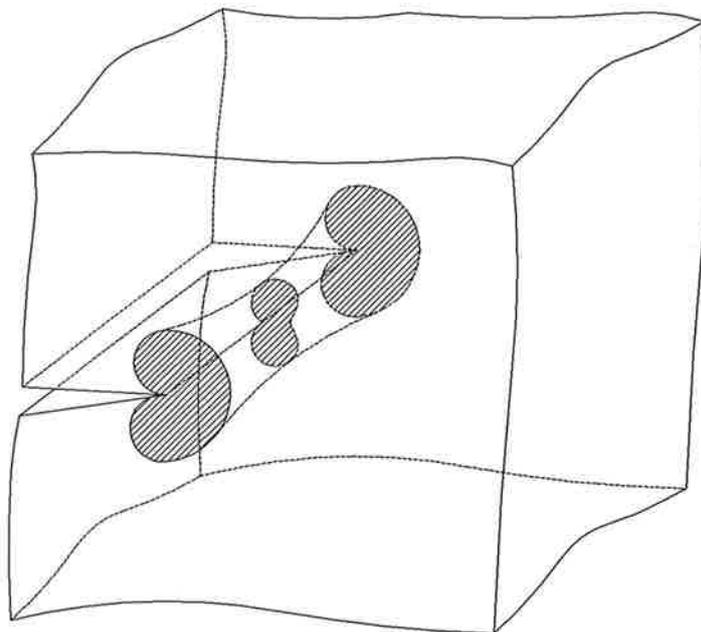
$$\rho = r_1(\theta = 0) = \frac{K_I^2}{2 \pi \sigma_e^2} (1 - 2 \nu)^2 \quad \text{en déformations planes}$$

Les valeurs maximales sont :

$$r_1(\theta = 70,5^\circ) = \frac{K_I^2}{1,5 \pi \sigma_e^2} \quad \text{en contraintes planes}$$

$$r_1(\theta = 86,9^\circ) = \frac{K_I^2}{2,4 \pi \sigma_e^2} \quad \text{en déformations planes } (\nu = 0,3)$$

La figure suivante montre le graphe de la frontière de la zone plastique dans le cas d'une tôle épaisse pour laquelle l'approximation des contraintes planes est considérée comme bonne en surface. Dans le plan médiant par contre il est préférable de faire une approximation de déformations planes.

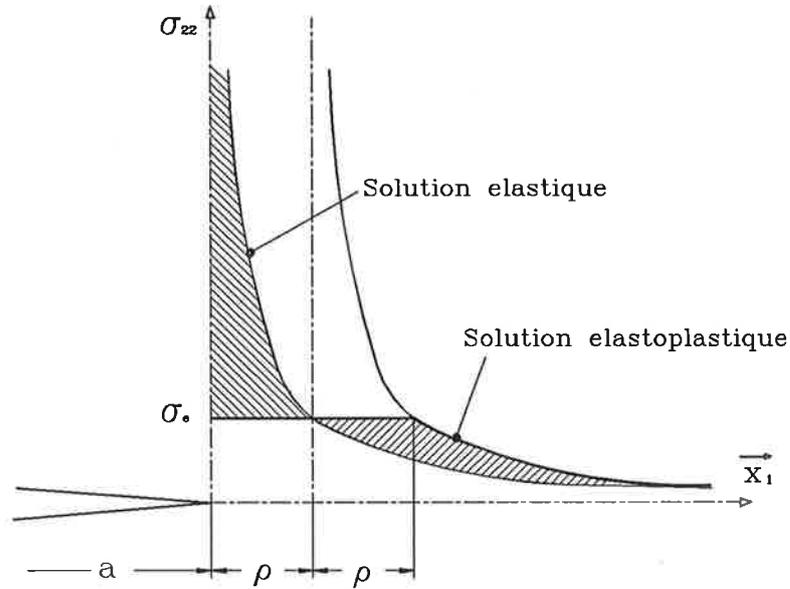


11-2 Correction plastique d'IRWIN

Les estimations précédentes ne tiennent pas compte d'un nécessaire rééquilibrage des contraintes.

La correction plastique d'*Irwin* permet de mieux cerner la solution. Elle suppose l'existence d'une petite zone plastique de longueur ρ . Dans l'intervalle $r < \rho$ où la solution élastique dépasse la limite d'élasticité du matériau, σ_{22} est limité à σ_e , l'excès de contrainte devant être réparti plus loin avec $\sigma_{22} = \sigma_e$ pour $r < 2\rho$.

Ensuite la loi admise est en $K'_{IV} \sqrt{r - \rho}$. Ce champ corrigé est décalé de ρ , sans changement d'intensité.



11-3 Integrales de contour en plasticité et viscoplasticité

L'utilisation d'intégrales de contour (I et J) est possible dans le domaine plastique en employant la densité d'énergie de déformation W .

$$J_P = \int_{\mathcal{C}} \left(W n_1 - \sigma_{1j} n_j \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) ds$$

La difficulté réside alors dans le choix de la loi de comportement du matériau dans la zone plastique.

1- VARIABLES GOUVERNANT LE COMPORTEMENT DES FISSURES

Nous venons de voir qu'il existe trois types de variables caractérisant la perturbation du champ de contraintes due à la présence d'une fissure :

Les facteurs d'intensité des contraintes : K_I , K_{II} et K_{III}

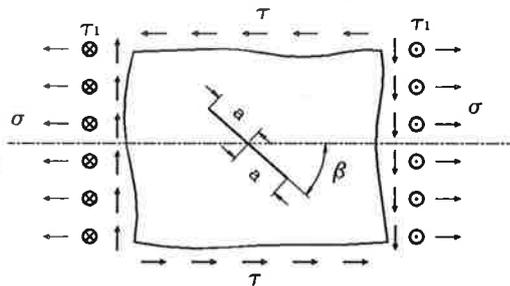
Les intégrales de contour : I (Bui) et J (Rice)

Le taux de restitution d'énergie : G

Ces différentes variables étant reliées entre elles, au moins pour les milieux plans élastiques linéaires, le comportement des fissures peut être décrit à l'aide de l'une quelconque d'entre elles.

Historiquement ce sont les facteurs d'intensité des contraintes qui ont été les plus utilisés. C'est donc à l'aide de ces variables que nous allons présenter les résultats expérimentaux de base qui servent à la modélisation.

1-1 Fissure dans un plan infini

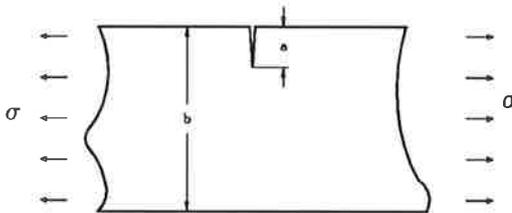


$$K_I = (\sigma \sin\beta - 2 \tau \cos\beta) \sin\beta \sqrt{\pi a}$$

$$K_{II} = \left(\sigma \sin\beta \cos\beta + \tau(\sin^2\beta - \cos^2\beta) \right) \sqrt{\pi a}$$

$$K_{III} = \tau \sin\beta \sqrt{\pi a}$$

1-2 Fissure latérale dans une plaque de largeur finie

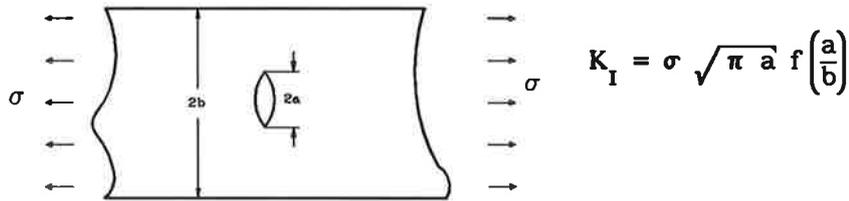


$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{b}\right)$$

avec $f\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi a}{2b}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \frac{0,752 + 0,37 \left(1 - \sin\left(\frac{\pi a}{2b}\right)\right)^3}{\cos\left(\frac{\pi a}{2b}\right)} + 2,02 \frac{a}{b}$

(précision inférieure à 0,5%)

1-3 Fissure centrale dans une plaque de largeur finie



$$\text{avec } f\left(\frac{a}{b}\right) = \left[1 - 0,5 \frac{a}{b} + 0,370 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 0,044 \left(\frac{a}{b}\right)^3 \right] \left(1 - \frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

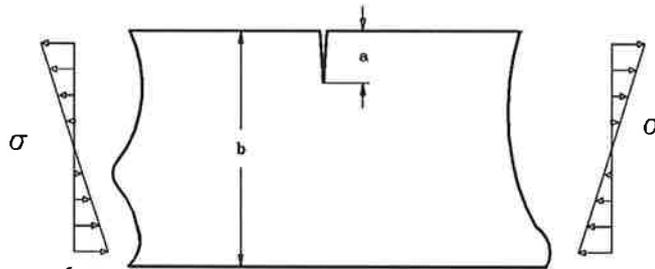
(précision inférieure à 0,3%)

$$\text{En mode II : } K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\text{En mode III : } K_{III} = \tau_1 \sqrt{\pi a} \left(\frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi a}{2b}\right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

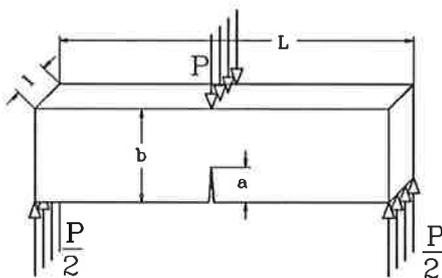
Dans le cas d'une fissure formant un angle d'inclinaison β il conviendra de prendre dans la formule de correction une longueur fictive $a^* = a \sin \beta$

1-4 Fissure dans un barreau sollicité en flexion



$$K_I = \sigma_M \sqrt{\pi a} \left(1,122 - 1,4 \frac{a}{b} + 7,33 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13,08 \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 14 \left(\frac{a}{b}\right)^4 \right)$$

1-5 Fissure dans un barreau en flexion trois points

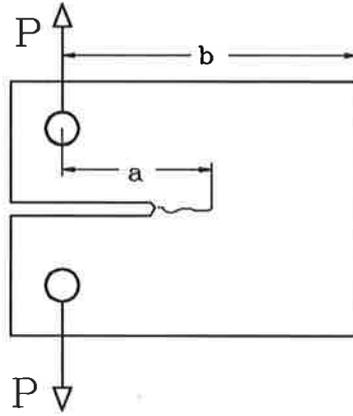


$$K_I = \frac{3 P L}{2 b^2} \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\frac{L}{b} = 4 \quad f\left(\frac{a}{b}\right) = 1,090 - 1,735 \frac{a}{b} + 8,20 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 14,18 \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 14,57 \left(\frac{a}{b}\right)^4$$

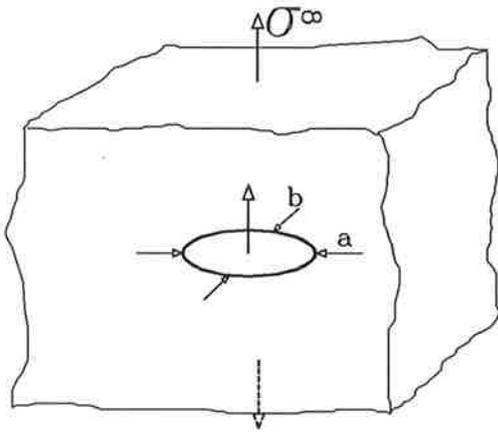
$$\frac{L}{b} = 8 \quad f\left(\frac{a}{b}\right) = 1,107 - 2,120 \frac{a}{b} + 7,71 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13,55 \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 14,25 \left(\frac{a}{b}\right)^4$$

1-6 Eprouvette normalisée CT15



$$K_I = \frac{P \sqrt{a}}{b e} \left(29,6 - 185,5 \frac{a}{b} + 655,7 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 1,017 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 638,6 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right)$$

1-7 Fissure élliptique dans un milieu infini



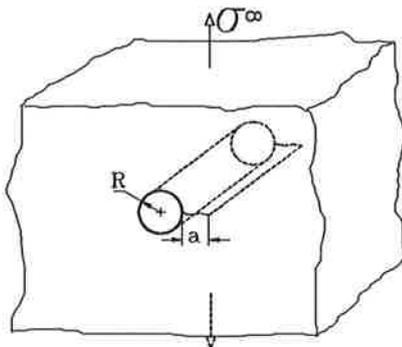
$$K_I(\theta) = \frac{\sigma_\infty}{H} \sqrt{\frac{a}{b}} \left(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta \right)^{\frac{1}{4}}$$

avec :

$$H = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \left(1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right) \sin^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} d\theta$$

Intégrale élliptique de seconde espèce

1-8 Fissure émanant d'un trou



$$K_I = f\left(\frac{a}{R}\right) \sigma_\infty \sqrt{\pi a}$$

| $\frac{a}{R}$ | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 | 5 | ∞ |
|-----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| $f\left(\frac{a}{R}\right)$ | 3,39 | 2,73 | 2,30 | 1,73 | 1,37 | 1,06 | 0,81 | 0,707 |

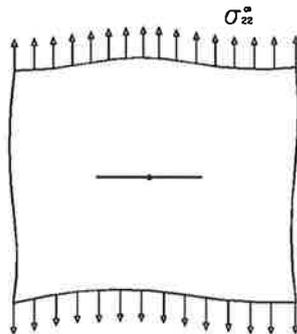
2- FACTEURS DE CORRECTION

Le nombre de situations distinctes est évidemment infini et il est vain de tenter d'établir un catalogue de solutions analytiques exactes.

Le paragraphe précédent donne un nombre de valeurs de K_I , K_{II} et K_{III} permettant d'appréhender la plupart des solutions concrètes moyennant certaines hypothèses simplificatrices. On apportera quelques corrections tenant compte des écarts entre les situations réelles et celles pour lesquelles les solutions sont disponibles.

Dans la méthode des facteurs de correction l'approche est quelque peu différente. Elle consiste à supposer que toute situation peut se ramener au problème de *Griffith*, moyennant cinq termes correctifs. Le facteur d'intensité des contraintes se met donc sous la forme :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F_1 F_2 F_3 F_4 F_5$$



$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

Solution de *Griffith*

F1 : Tient compte de la présence d'une surface libre à l'origine de la fissure.

F2 : Tient compte de l'existence d'une surface libre vers laquelle se dirige la fissure.

F3 : Tient compte de la forme réelle du front de fissure.

F4 : Tient compte du gradient des contraintes.

F5 : Tient compte de la taille d la zone plastique.

2-1 Facteur de correction F1

Ce facteur est généralement nécessaire pour les fissures de bord.

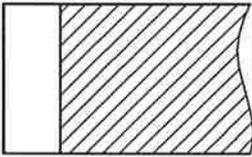
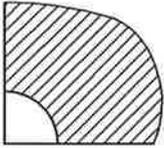
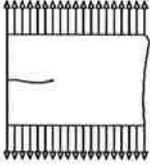
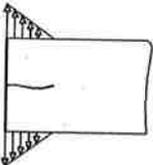
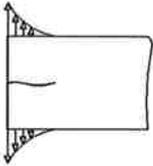
Trois cas de distribution des contraintes sont envisagés :

Uniforme sur la longueur de la fissure.

Variation linéaire jusqu'à zéro au fond de la fissure.

Décroissance plus rapide que la variation linéaire.

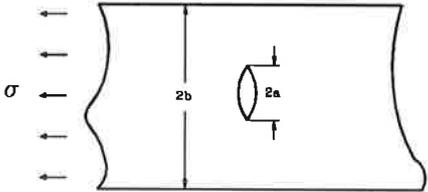
Par exemple dans le cas des fissures traversantes, des fissures semi-circulaires et des fissures en quart de cercle on obtient :

| F_1 |  fissure traversante |  fissure semi-circulaire |  fissure quart de cercle |
|---|--|--|--|
|  contraintes uniformes | 1,122 | 1,025 | 1,380 |
|  variation linéaire | 1,210 | 1,085 | 1,067 |
|  variation polynomiale | 1,210 à 1,300 | 1,085 à 1,145 | 0,754 à 1,067 |

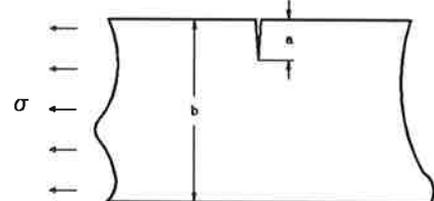
2-2 Facteur de correction F_2

Lorsque l'espace est fini, c'est à dire lorsque la plaque fissurée est de largeur finie, il faut tenir compte du facteur F_2 .

Par exemple, en traction, deux cas de figure sont possible :



$$F_2 = \left(\cos \left(\frac{\pi a}{2b} \right) \right)^{-\frac{1}{2}}$$



$$F_2 = \left(\frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi a}{2b} \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

2-3 Facteur de correction F3

C'est un facteur qui doit rendre compte de la forme réelle de la fissure.

Par exemple dans le cas d'une fissure elliptique :

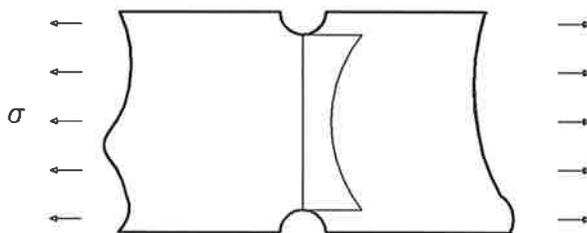
$$F_3 = \frac{1}{E(k)} \left(1 - k^2 \sin^2 \beta \right)^{\frac{1}{4}}$$

avec $k^2 = 1 - \frac{a^2}{c^2}$ $\left. \begin{array}{l} a : \text{demi grand axe} \\ c : \text{demi petit axe} \end{array} \right\} \text{ de l'ellipse}$

$$E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - k^2 \sin^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}} d\theta$$

2-4 Facteur de correction F4

Ce facteur tient compte du gradient de contrainte dans le plan de fissure :



$$F_4 = \frac{2}{\pi} \int_0^a \frac{K_t(x)}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

2-5 Facteur de correction F5

Le facteur d'intensité de contrainte doit être corrigé pour tenir compte de la zone plastique.

Avec certaines approximations, on peut admettre que l'on a :

$$F_5 = \sqrt{\frac{a_{eff}}{a}}$$

avec : $a_{eff} = a + \rho$ ρ : rayon plastique en front de fissure.

En contraintes planes on a :

$$F_5 = \left(1 - \frac{1}{2} \left(F_1 F_2 F_3 F_4 \frac{\sigma}{\sigma_e} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}}$$

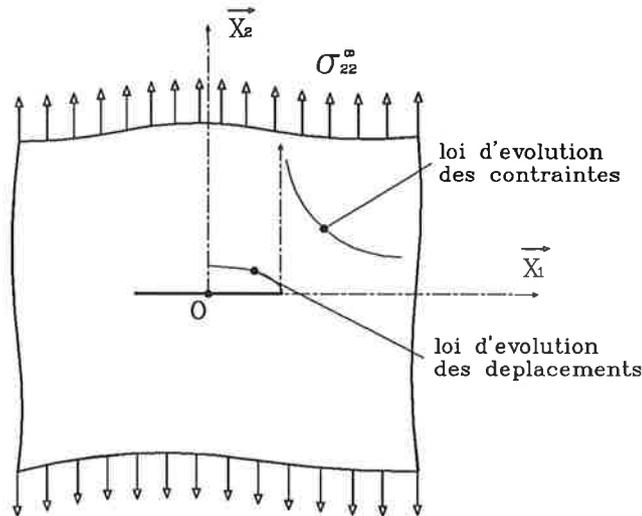
3- METHODE DES ELEMENTS FINIS

Actuellement ,aidées par les progrès de l'informatique, les méthodes numériques permettent le calcul du facteur d'intensité des contraintes dans pratiquement toutes les situations. Parmi ces méthodes, le calcul par éléments finis est certainement le plus employé.

En pratique on rencontre deux possibilités suivant le type d'élément retenu.

3-1 Eléments de bas niveau

A l'issu d'un calcul par la méthode aux éléments finis, les déplacements et l'état de contrainte en tous points du maillage sont connus. Suite à cette remarque on conçoit alors qu'il suffit de modéliser le milieu fissuré en respectant au mieux les conditions aux limites pour avoir soit une représentation de la pointe de fissure déformée, soit l'allure de la loi d'évolution des contraintes.



Or nous avons donné la définition des facteurs d'intensité de contrainte à partir soit du champ de déplacement, soit du champ de contrainte. Par exemple pour le mode I:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\sigma_{11} \sqrt{2 \pi r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8 C_2} \sqrt{\frac{2 \pi}{r}} \langle u_2 \rangle \right)$$

$$C_2 = 1 \quad \text{en contraintes planes}$$

$$C_2 = 1 - \nu^2 \quad \text{en déformations planes}$$

Il suffit donc de faire un post-traitement des résultats pour obtenir les facteurs d'intensité des contraintes.

En pratique on travaille surtout avec le champ de déplacement car celui-ci est connu avec une plus grande précision que le champ de contrainte.

Cette méthode présente l'avantage d'être universelle et d'être utilisable sur tous codes de calcul. Par contre sa mise en oeuvre correcte nécessite un très grand nombre d'éléments en pointe de fissure car c'est une zone où l'état de contrainte présente un très fort gradient.

3-2 Eléments spécifiques

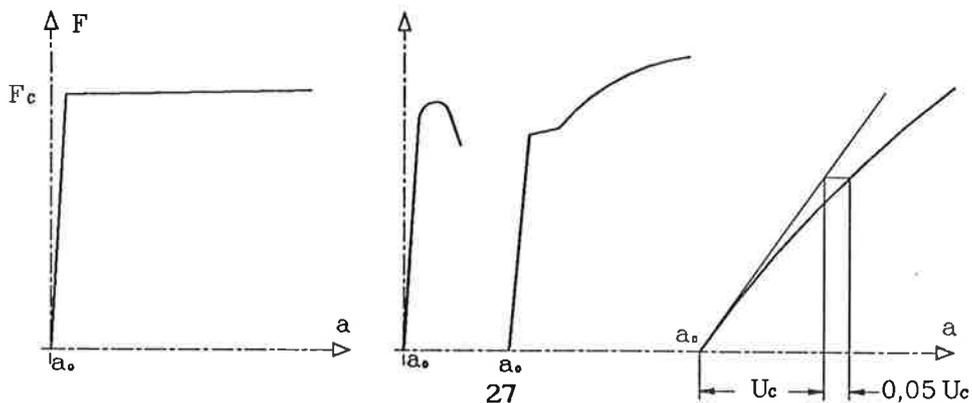
Vu le nombre d'éléments mis en jeu, les calculs précédents peuvent être très longs et donc très coûteux. Aussi certains codes de calcul proposent des éléments spécifiques. Ces derniers intègrent des discontinuités de déplacement et des singularités de contraintes. Les résultats de calcul sont ainsi beaucoup plus fiables avec un temps de calcul relativement faible.

4- RESULTATS EXPERIMENTAUX

Expérimentalement la rupture peut se faire selon plusieurs processus suivant la nature du matériau..

4-1 Rupture fragile

Si on soumet une éprouvette fissurée d'un matériau élastique fragile à l'action d'une sollicitation monotone croissante en mode I, sa réponse est d'abord élastique sans accroissement de fissure. Puis, lorsque les conditions d'instabilité sont atteintes, il y a propagation brutale de la fissure jusqu'à la rupture de l'éprouvette. On enregistre alors une force critique de rupture F_c .



Connaissant la géométrie de l'éprouvette, on peut calculer le facteur d'intensité des contraintes en mode I correspondant à la force critique F_c .

$$K_{Ic} = K_I (F_c)$$

L'expérience montre que pour une épaisseur d'éprouvette donnée, la valeur de K_{Ic} est quasi indépendante de la longueur de la fissure et de la forme de l'éprouvette.

En état plan de contrainte, on obtient le facteur d'intensité des contraintes critique de rupture fragile des tôles minces K_{Ic}^σ .

En état de déformations planes, on obtient le facteur d'intensité des contraintes critique qui caractérise la ténacité du matériau, K_{Ic} , et qui peut être inférieur à K_{Ic}^σ de 10 à 20 %.

Pour réaliser la condition de déformation plane sur 90 à 95 % de l'épaisseur de l'éprouvette, cette dernière doit vérifier la condition:

$$e \geq 2,5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2 \quad e : \text{épaisseur de l'éprouvette}$$

L'action des milieux environnants agressifs diminue la ténacité des matériaux. En corrosion sous contrainte, par exemple, la notion de rupture fragile K_{Ic} est remplacée par une valeur critique à long terme $K_{ISCC} < K_{Ic}$.

Pour les milieux fortement anisotropes, on peut également définir la ténacité en mode II (K_{IIc}) et en mode III (K_{IIIc}). Cependant en général les modes II et III purs n'existent pas. Ils sont instables et il y a alors déviation de la fissure vers un mode de type I.

Exemple de valeurs de ténacité

| | | |
|----------|--------|--|
| 30 CD 2 | Trempé | $K_{Ic} \approx 110 \text{ MPa } \sqrt{\text{m}}$ |
| 30 CND 8 | Trempé | $K_{Ic} \approx 120 \text{ MPa } \sqrt{\text{m}}$ |
| | | $K_{ISCC} \approx 20 \text{ MPa } \sqrt{\text{m}}$ |
| Béton | | $K_{Ic} \approx 1 \text{ MPa } \sqrt{\text{m}}$ |
| Bois | | $K_{Ic} \approx 2 \text{ MPa } \sqrt{\text{m}}$ |

4-2 Rupture ductile

La même expérience que celle décrite au paragraphe précédent, réalisée sur un matériau ductile, montre la possibilité d'une croissance stable de la fissure avant la rupture par instabilité. Le terme "stable" est lié au fait que la fissure ne progresse plus si la force extérieure est maintenue constante.

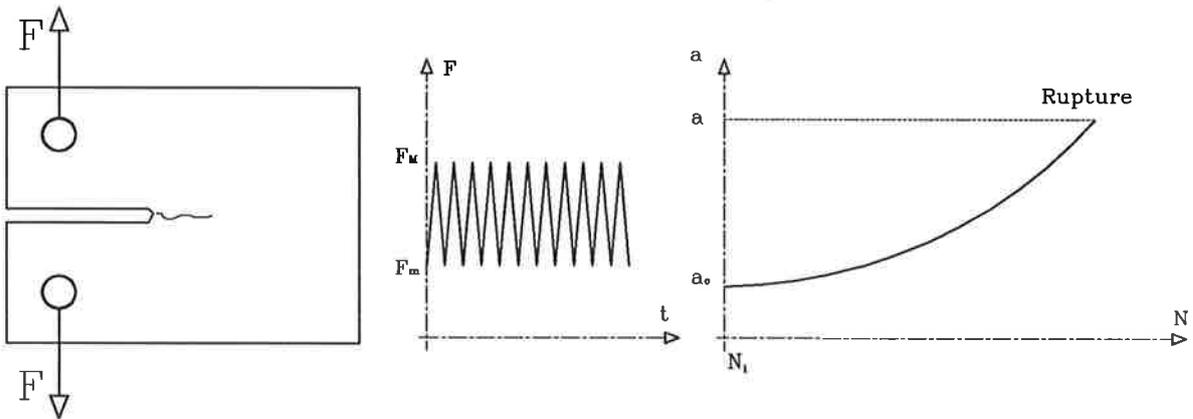
En pratique ce type de rupture se trouve dans 10 % des cas et les calculs mis en oeuvre font apparaître les notions de plasticité. De plus, du fait du caractère de stabilité, ce type de rupture est relativement prévisible, contrairement aux ruptures fragiles.

4-3 Rupture par fatigue

Considérons toujours la même éprouvette d'un matériau fragile ou ductile, sollicitée en mode I, mais cette fois par une force périodique définie par l'amplitude de l'effort ΔF et le rapport de sa valeur minimale F_m à sa valeur maximale F_M :

$$R = \frac{F_m}{F_M}$$

En général, la fissure progresse avec un taux de croissance par cycle $\delta a / \delta N$ qui augmente avec la longueur de la fissure.



Si la fissure initiale est une fissure artificielle ou non compatible avec le chargement appliqué, un certain nombre de cycles N_i est nécessaire pour amorcer la propagation (ou provoquer une déviation de la fissure).

Lorsque la longueur de fissure associée à l'effort remplit les conditions d'instabilité, il y a rupture brutale.

4-3-1 Loi de Paris

Ce même type d'expériences, réalisé sur des éprouvettes de géométries différentes et toujours sollicitées en mode I avec des forces minimales faibles ($R \approx 0$), montre qu'une relation simple existe entre le taux de croissance par cycle et l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes.

Cette relation se présente sous la forme:

$$\Delta K = K_r(a) \Delta F$$

où K_r est le facteur d'intensité des contraintes réduit, correspondant à une sollicitation unité:

$$K_r = K_I(a, F = 1)$$

En 1962, *Paris* a proposé:

$$\boxed{\frac{\delta a}{\delta N} = C \Delta K_I^m} \quad \text{Loi de Paris}$$

où C et m sont deux constantes caractéristiques du matériau.

Dans le cas d'aciers en milieu non agressif, les valeurs suggérées par le tableau suivant placent en sécurité :

| | C | m |
|--|---|------|
| | $\frac{m}{\text{cycles}} \left(\text{MPa}\sqrt{\text{m}} \right)^{-m}$ | |
| Aciers martensitiques 552 MPa < σ_e < 2028 MPa | 1,36 10^{-10} | 2,25 |
| Aciers à structure Ferrite - Perlite | 6,89 10^{-12} | 3,00 |
| Aciers austénitiques inoxydables | 5,60 10^{-12} | 3,25 |

REMARQUES :

1- L'influence du chargement moyen, c'est à dire du rapport de charge R , n'est pas pris correctement en compte par la loi de *Paris*. Aussi certains auteurs ont apporté une correction par une fonction d'influence multiplicatrice :

$$\frac{\delta a}{\delta N} = C \left(K_M f(R) \right)^m$$

$$\text{avec : } K_M = K_I(a, F = F_M) = F_M K_r$$

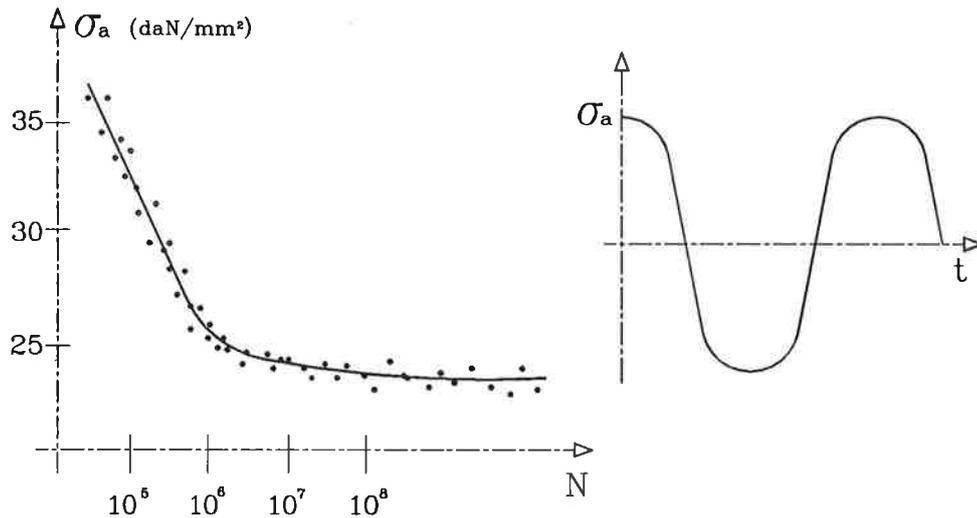
La loi de *Paris* correspond alors à $f(R) = 1 - R$

Différentes expressions peuvent être choisies pour la fonction f . Par exemple pour l'alliage léger AU-4-G-1-T3 :

$$f(R) = 1 - 0,5 R - 0,5 R^2$$

2- De plus la loi de *Paris* ne fait pas apparaître le seuil de non-propagation ΔK_s .

En effet l'expérience montre que la courbe reliant l'amplitude de la contrainte $\Delta\sigma$ au nombre de cycles à la rupture (courbe de *Wahler*) admet une asymptote horizontale en l'absence d'effet corrosif.



Il existe donc une valeur de $\Delta\sigma$ ($\Delta\sigma_s$), et par conséquent une valeur de ΔK (ΔK_s) en dessous de laquelle ne se produit pas de fissuration par fatigue. Pour un grand nombre de matériau $\Delta\sigma_s$ se trouve bornée par l'inégalité suivante :

$$2,4 \cdot 10^{-5} E < \Delta\sigma_s < 2,9 \cdot 10^{-5} E$$

E : Module d'*Young* du matériau.

Plusieurs formules empiriques ont été proposées pour le calcul de ΔK_s . Citons entre autre :

Barsom : $\Delta K_s = 7,03 (1 - 0,85 R)$ $R \geq 0,1$
 $\Delta K_s = 6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ $R < 0,1$

Mc Evily : $\Delta K_s = \frac{1,2 \Delta K_{s0}}{1 + 0,2 \frac{1+R}{1-R}}$
 $\Delta K_{s0} = \Delta K_s$ pour $R = 0$

Tous ceci a conduit à des reformulations de la loi de *Paris* :

Forman (1970) : $\frac{\delta a}{\delta N} = \frac{C_1 \Delta K^{m_1}}{(1-R)(K_{Ic} - KM)}$

Mc Evily (1973) : $\frac{\delta a}{\delta N} = \frac{C}{E} \left(\Delta K_I^2 - \Delta K_s^2 \right) \left(1 + \frac{\Delta K_I}{K_{Ic} - \frac{\Delta K_I}{1-R}} \right)$

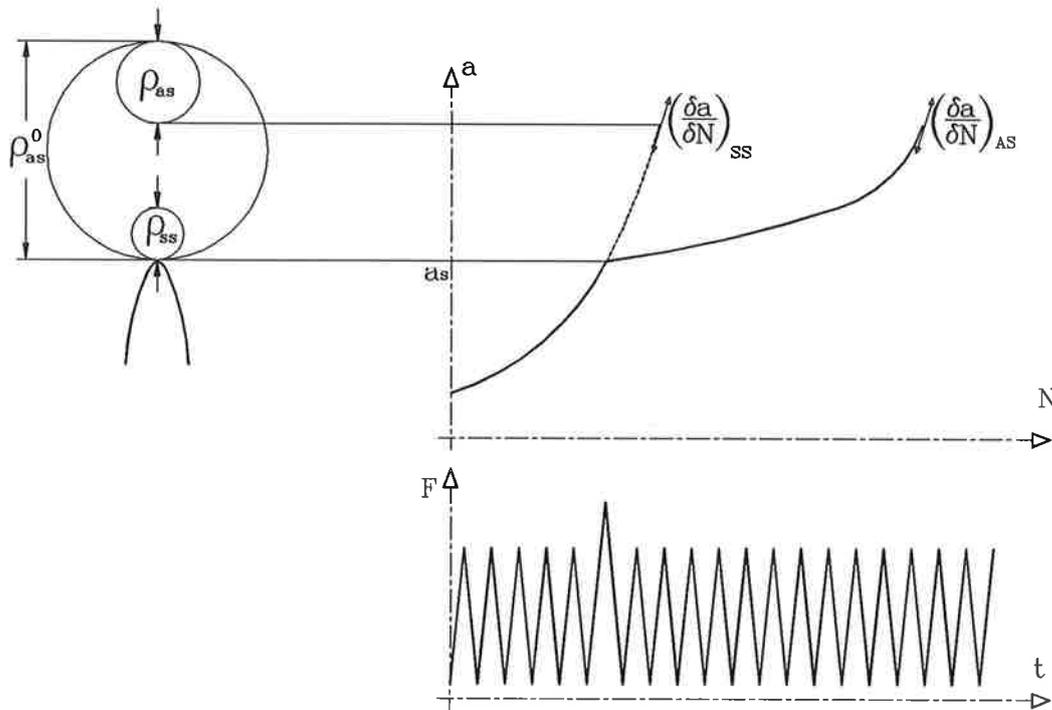
Bien d'autres loi de fissuration ont été proposées. Une compilation partielle de tous ces résultats a été faite par *Hitagawa*. Il semble que chacune de ces lois ne permette la prédiction du comportement en fatigue que un éventail restreint de matériaux. Il s'agit en fait de lois empiriques établies à la suite d'essais sur certains métaux ou alliages et dans des conditions très précises de chargement. Elles ne sont donc en général pas extrapolables à d'autres matériaux ou d'autres types de sollicitations.

En résumé la loi de *Paris* reste donc de loin la plus utilisée.

4-3-2 Effet d'histoire du chargement.

La zone plastique en pointe de fissure induit un champ de contraintes résiduelles qui a tendance à retarder l'ouverture de la fissure à sollicitation croissante. Lorsque la sollicitation n'est plus périodique, ces effets dépendent de l'histoire des déformations plastiques locales. L'effet caractéristique le plus important est l'effet du retard à la fissuration induit par les surcharges.

Si on interrompt d'un cycle un chargement périodique pour le remplacer par une charge d'amplitude plus importante, le taux de croissance de fissure qui s'ensuit, après une courte accélération, diminue fortement et ne reprend la valeur qu'il aurait eue en l'absence de la surcharge qu'après un certain nombre de cycles appelé retard à la fissuration.



Si il n'y avait pas eu de surcharge, la fissure progresserait avec une zone plastique de longueur égale à :

$$\rho_{ss} = \frac{KM^2}{2 \pi \sigma_e^2}$$

Au moment de la surcharge FM_s , la zone plastique devient :

$$\rho_{as}^0 = \frac{KM_s^2}{2 \pi \sigma_e^2}$$

Ensuite la fissure progresse avec une zone plastique ρ_{as} supérieure à ρ_{ss} :

$$\rho_{as} = \rho_{as}^0 - (a - a_s)$$

Jusqu'au moment où la longueur de fissure est telle que :

$$\rho_{as} = \rho_{ss} (KM)$$

C'est à dire pour :

$$a^* = a_s + \frac{KM_s^2 - KM^2}{2 \pi \sigma_e^2}$$

On obtient ainsi la longueur de fissure pour laquelle le taux de croissance $\delta a / \delta N$ ne dépend plus de l'histoire liée à la surcharge.

On comprend bien que l'existence d'une zone plastique plus grande modifie les contraintes résiduelles en amont de la pointe de fissure et les conditions de fermeture lorsque la fissure aura progressé. Elle se referme pour des valeurs plus importantes des efforts et l'amplitude effective du facteur d'intensité des contraintes est réduite d'autant.

Pour tenir compte de ce phénomène, *Wheeler* propose une modification de la loi de *Paris* :

$$\frac{\delta a}{\delta N} = C \Delta K_I^m \left(\frac{\rho_{ss}}{\rho_{as}} \right)^\beta$$

5- CRITERES DE RUINE EN SOLLECITATION STATIQUE

La ruine d'une structure est due essentiellement à un accroissement de fissure. Vis à vis du taux de restitution d'énergie G , cela se traduit par l'inégalité :

$$G > 2 \gamma$$

En fait nous avons vu que cette ruine correspondait à un facteur d'intensité de contrainte K_{Ic} .

Une structure sera donc considérée comme sûre si, la fissure étant sollicitée en mode I, l'inégalité suivante est réalisée :

$$K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a} < K_{Ic}$$

Avec : $\alpha = F_1 F_2 F_3 F_4 F_5$ Coefficient de forme

Ainsi le concepteur peut théoriquement agir sur trois facteurs afin de réaliser cette inégalité :

1- Sélection d'un matériau ayant une meilleure résistance à la rupture, c'est à dire possédant une ténacité K_{Ic} plus élevée à la température donnée.

2- Abaissement du niveau de sollicitation, soit globalement par diminution de la contrainte nominale, soit localement en évitant les concentrations de contrainte dans les régions sujettes à la fissuration.

3- Contrôle des défauts de la structure de façon à abaisser la dimension moyenne des fissures.

5-1 Limite de validité

Ce que nous venons de dire n'est à priori valable que dans le cas d'un matériau isotrope à comportement élastique parfaitement plastique.

La mécanique linéaire élastique de la rupture est d'autant plus applicable que la zone plastique est petite, ce qui impose aux pièces d'avoir des dimensions très supérieures à la taille de cette zone, laquelle est fonction du rapport K_{Ic} / σ_e .

Par exemple, pour la détermination de K_{Ic} , l' A.S.T.M. (American Society for Testing and Materials), dans sa recommandation E-399-72, impose aux éprouvettes utilisées d'avoir une épaisseur e et une longueur de fissure a telles que :

$$e, a \geq \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2$$

Ceci revient à imposer à e et à a d'être supérieurs à 50 fois la taille de la zone plastique en état plan de contrainte et 17 fois cette taille en état plan de déformation.

5-2 Critères de ruine en mode mixte

Lorsque seul existe le mode I l'instabilité de la fissure se produit quand $K_I = K_{Ic}$.

Lorsque les autres modes interviennent, il est beaucoup plus difficile de proposer une formulation traduisant l'instabilité.

Plusieurs critères ont été élaborés, sans qu'aucun n'emporte une adhésion totale, l'expérience ne permettant pas de trancher la question à ce jour. Voici quelques-uns de ces critères.

5-2-1 Shah (1974)

Pour les aciers à haute résistance :

$$K_I + K_{II} = K_{Ic}$$

5-2-2 Palaniswamy et Knauss (1975)

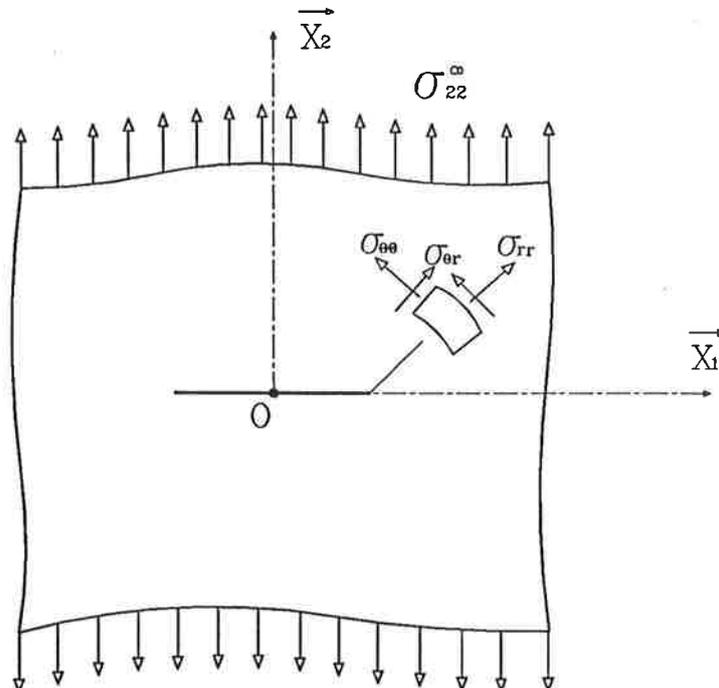
La relation proposée a été obtenue empiriquement :

$$\frac{K_I}{K_{Ic}} + 3 \left(\frac{K_{II}}{K_{Ic}} \right)^2 = 2$$

5-2-3 Erdogan (1963)

Ce critère permet d'obtenir la direction de propagation de la fissure en plus de la limite d'instabilité.

Pour une combinaison des modes I et II, l'état de contrainte est de la forme suivante dans un référentiel polaire associé à la pointe de fissure :



| |
|--|
| $\sigma_{rr} = \frac{1}{2 \sqrt{2 \pi r}} \left(K_I (3 - \cos \alpha) \cos \frac{\alpha}{2} + K_{II} (3 \cos \alpha - 1) \sin \frac{\alpha}{2} \right)$ |
| $\sigma_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2 \sqrt{2 \pi r}} \left(K_I (1 + \cos \alpha) \cos \frac{\alpha}{2} - K_{II} 3 \sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \right)$ |
| $\sigma_{r\alpha} = \frac{1}{2 \sqrt{2 \pi r}} \left(K_I \sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} + K_{II} (3 \cos \alpha - 1) \cos \frac{\alpha}{2} \right)$ |

L'énoncé du critère est alors le suivant :

* La fissure se propage dans la direction pour laquelle la contrainte circonférentielle $\sigma_{\alpha\alpha}$ est maximale.

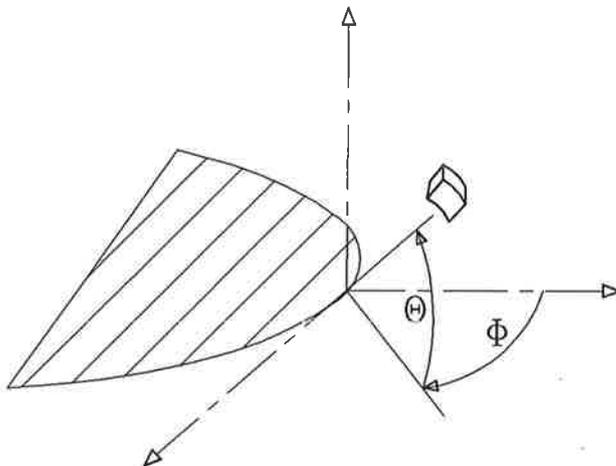
* La fissure devient instable lorsque :

$$\sigma_{\alpha\alpha} \sqrt{2 \pi r} = K_{Ic}$$

5-2-4 Problèmes tridimensionnels

Les trois critères précédents concernent les problèmes plans (solicitation combinée en mode I et II).

Dans le cas de problèmes tridimensionnels, on peut généraliser le critère d'Erdoğan :



La fissure se propage dans la direction pour laquelle la contrainte circonférentielle est maximale.

→ α_0 et ϕ_0

Elle devient instable lorsque :

$$\sigma_{\alpha\alpha}(\alpha_0, \phi_0) \sqrt{2 \pi r} = K_{Ic}$$

Toujours dans le cas où les trois modes peuvent exister simultanément, il est possible d'utiliser le critère de *Pih* basé sur la densité d'énergie de déformation.

Cette dernière quantité peut, à la distance r du front de fissure et dans la direction définie par les angles α et ϕ , s'exprimer comme une fonction quadratique des trois facteurs d'intensité de contrainte :

$$\frac{dW}{dv} = \frac{a_{11} K_I^2 + 2 a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 + a_{33} K_{III}^2}{16 \pi G r \cos \phi}$$

avec :

$$G : \text{Module d'élasticité transversal } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$a_{11} = (\delta - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$$

$$a_{12} = (2 \cos \alpha - \delta + 1) \sin \alpha$$

$$a_{22} = (\delta + 1)(1 - \cos \alpha) + (1 + \cos \alpha)(3 \cos \alpha - 1)$$

$$a_{33} = 4$$

$$\delta = 3 - 4 \nu \quad \text{en déformations planes}$$

$$\delta = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \quad \text{en contraintes planes}$$

On définit alors un facteur de densité d'énergie de déformation \mathcal{P} par la relation :

$$\mathcal{P} = r \frac{dW}{dv}$$

Le critère de *Phil* repose sur trois hypothèses :

Hypothèse 1- La propagation de la fissure se fait dans la direction de densité d'énergie de déformation minimale, c'est à dire celle définie par les angles α_0 et ϕ_0 tels que :

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \phi} = 0$$

Hypothèse 2- L'instabilité se produit lorsque la densité d'énergie de déformation dans la direction précédemment définie (α_0, ϕ_0) atteint une valeur critique \mathcal{P}_c caractéristique du matériau.

La valeur de \mathcal{P}_c s'obtient en considérant le cas limite du mode I pur pour lequel le critère $\mathcal{P}=\mathcal{P}_c$ doit s'identifier au critère $K_I=K_{Ic}$. On a alors :

$$\mathcal{P}_c = \frac{1 - 2 \nu}{4 \pi G} K_{Ic}^2 \quad \text{en déformations planes}$$

$$\mathcal{P}_c = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu) 4 \pi G} K_{Ic}^2 \quad \text{en contraintes planes}$$

Hypothèse 3- La fissuration subcritique se fait de telle sorte que le front de fissure suive les lignes d'énergie de déformation constante.

Ce critère est séduisant à cause de sa généralité et de sa relative simplicité d'emploi. Cependant il ne recueille pas l'adhésion de tous les experts en la matière qui lui reprochent soit son manque de caractère physique, soit de ne pas conduire à des résultats satisfaisants.

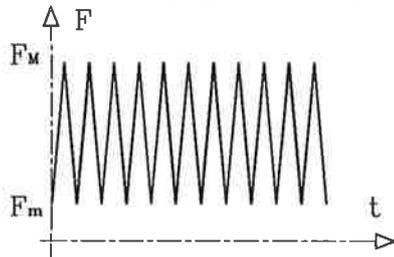
6- CRITERES DE RUINE EN FATIGUE

On rappelle que, pour les problèmes de fatigue, *Paris* propose de relier la vitesse de croissance de la fissure $\delta a/\delta N$ aux paramètres caractérisant le matériau et son chargement :

$$\frac{\delta a}{\delta N} = C \left(\Delta K_I \right)^m$$

avec :

$$\Delta K_I = \left(K_I \right)_{\text{MAX}} - \left(K_I \right)_{\text{MIN}} = K_I(a, F_M) - K_I(a, F_m)$$



6-1 Loi de *Yih*

La loi de *Paris* possède deux insuffisances majeures :

Elle ne fait intervenir qu'un seul paramètre de chargement (amplitude de contrainte).

Elle n'est valable qu'en mode de propagation I.

Pour tenter de résoudre ces deux problèmes, *Yih* a proposé de remplacer dans la loi de *Paris* l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte ΔK_I par l'amplitude de la densité d'énergie de déformation minimale $\Delta \mathcal{P}_{\text{min}}$. La loi proposée par *Yih* s'écrit donc :

$$\frac{\delta a}{\delta N} = C \left(\Delta \mathcal{P}_{\text{min}} \right)^m$$

$\Delta \mathcal{P}_{\text{min}}$ représente donc la variation de \mathcal{P} dans la direction où \mathcal{P} est minimum, c'est à dire pour la valeur α_0 de l'angle α telle que :

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \alpha} = 0 \quad (\text{pour un problème bidimensionnel})$$

Ainsi, dans le cas du mode mixte I-II, on peut écrire :

$$\Delta \mathcal{P}_{\text{min}} = \frac{a_{11}(K_{\text{IMAX}}^2 - K_{\text{Imin}}^2) + 2a_{12}(K_{\text{IMAX}} K_{\text{IIMAX}} - K_{\text{Imin}} K_{\text{IImin}}) + a_{22}(K_{\text{IIMAX}}^2 - K_{\text{IImin}}^2)}{16 \pi G}$$

Cette nouvelle formulation donne effectivement de meilleurs résultats que ceux obtenus avec la loi de *Paris*. Cependant la loi de *Yih* est d'un emploi plus délicat que celle de *Paris* car elle nécessite le calcul de l'angle α_0 et éventuellement d'une nouvelle expression de \mathcal{P} pour chaque incrément de longueur de fissure Δa .

6-2 Rupture finale et durée de vie

La rupture finale a lieu lorsque la fissure a atteint une longueur telle que sous le chargement maximal σ_{MAX} les conditions nécessaires à son instabilité soient réalisées.

Dans le cas de l'utilisation de la loi de *Paris*, ceci se produit pour une longueur de fissure a_f telle que :

$$K_I(\sigma_{MAX}, a_f) = K_{Ic}$$

Si on a recours à la loi de *Pih*, la longueur critique a_f se calcule à partir de :

$$\mathcal{P}(\alpha_0, \phi_0, \sigma_{MAX}, a_f) = \mathcal{P}_c$$

La longueur critique a_f étant ainsi déterminée, il est possible d'intégrer la loi de propagation choisie. Le nombre de cycles N_c ainsi calculé, auquel s'ajoute éventuellement le nombre de cycles d'initiation N_i , fournit la durée de vie de la pièce considérée.

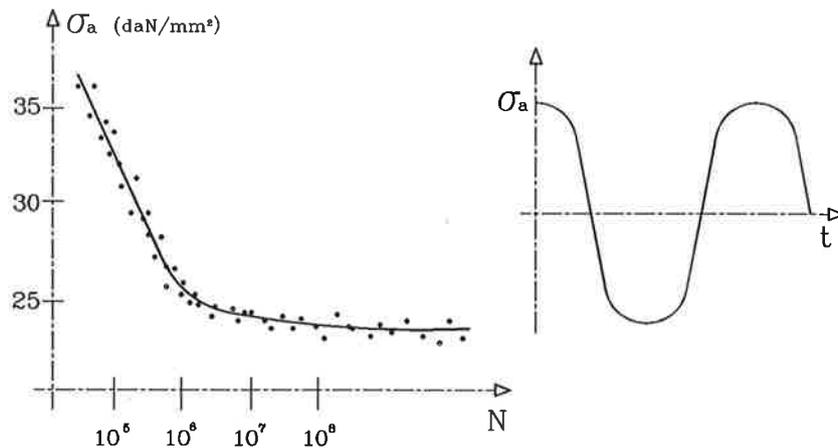
6-3 Fatigue sous amplitude variable

Dans la majorité des cas réels de construction, les sollicitations sont des fonctions du temps absolument quelconques, non périodiques, d'amplitude non constante,...

La notion de cycle sur laquelle reposent les formulations précédentes disparaît totalement. De telles sollicitations sont souvent aléatoires. Il s'agit donc d'un problème totalement différent de celui qui vient d'être traité. Cette nouvelle formulation requiert l'usage d'outils mathématiques plus élaborés.

6-3-1 Courbes de Wohler

On appelle courbe de *Wahler*, ou courbe S-N, la courbe qui donne la durée de vie d'une pièce (nombre de cycles nécessaires pour atteindre un certain état limite) en fonction de l'amplitude $\Delta\sigma$ du chargement auquel elle est soumise.



Les courbes de *Wahler* sont établies expérimentalement. Elles dépendent de nombreux facteurs, tels que l'état limite considéré, les paramètres du chargement (fréquence, σ_{MAX} , σ_{min} ,...), l'environnement (température, pression, agents corrosifs,...), la nature du matériau. Compte tenu de tous ces facteurs, parmi lesquels certains ont une influence encore mal connue, les résultats expérimentaux sont assez dispersés, de sorte que les courbes de *Wahler* sont en général obtenues par ajustement statistique. Bien souvent d'ailleurs, la dispersion des résultats n'est pas indiquée par les expérimentateurs qui ne donnent que les courbes S-N mais ne fournissent pas l'écart type.

Le type de courbe obtenu est linéaire en échelle log-log.

6-3-2 Loi de *Miner*

Lorsqu'une pièce est soumise à un chargement d'amplitude constante, la courbe de *Wahler* fournit directement sa durée de vie en fonction de l'amplitude de la sollicitation.

Supposons maintenant que l'amplitude du chargement ne soit plus constante mais varie en fonction du temps.

La façon classique d'aborder ce problème consiste à utiliser des lois de cumul d'endommagement. Plusieurs lois plus ou moins compliquées ont été proposées, mais aucune ne semble en mesure de détrôner la loi de cumul linéaire de *Miner*

Cette loi suppose que l'endommagement total d'une structure est la somme des endommagements subis au passage de chacun des niveaux d'amplitude de chargement. L'endommagement provoqué par un certain niveau d'amplitude est pris comme le quotient du nombre de cycles de chargement n_i à ce niveau par le nombre de cycles à la rupture N_i à ce même niveau, lequel est fourni par la courbe de *Wahler*. On suppose ensuite que les endommagements se cumulent sans qu'il y ait influence d'un niveau sur l'autre.

L'endommagement total est donc donné par la relation :

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i}$$

La rupture est atteinte lorsque le cumul d'endommagement atteint la valeur 1 :

$$D = 1$$

Le principal reproche que l'on puisse faire à la loi de *Miner* est d'ignorer l'ordre dans lequel se succèdent les niveaux de chargement. Or l'expérience montre que la vitesse de fissuration ne dépend pas seulement

de l'amplitude du chargement à l'instant considéré mais encore des amplitudes au cours des cycles précédents (cf § 4-3-2). Il y a donc un effet d'un niveau de sollicitation sur les niveaux ultérieurs.

CHAP IV: TECHNIQUES EXPERIMENTALES

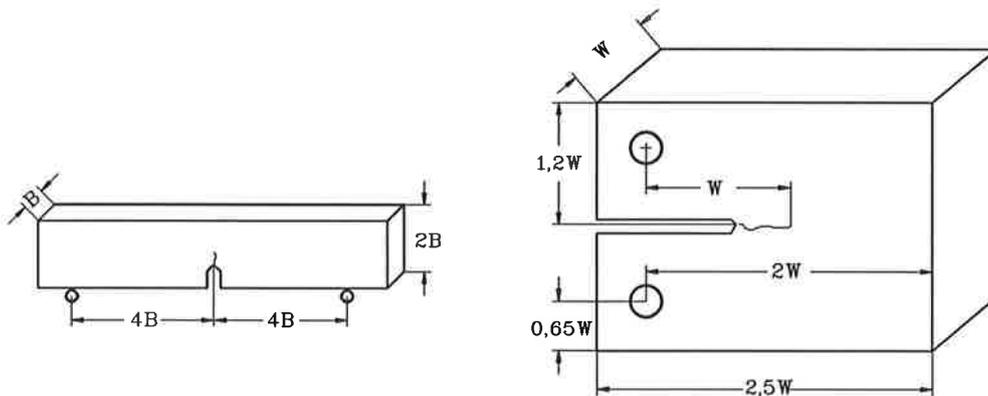
Dans ce chapitre nous nous proposons de décrire certaines techniques expérimentales utilisées pour mesurer les propriétés des matériaux employés en mécanique de la rupture. Il faut savoir que les résultats obtenus sont dépendants de la technique employée et il est donc important de la connaître. On trouvera la norme NF A 03-180 en annexe à ce chapitre.

1- EPROUVETTES

De nombreux types d'éprouvettes furent essayés durant les années 60 avant que ne soient définies des éprouvettes normalisées, adoptées d'abord par l'A.S.T.M. puis par l'A.F.N.O.R..

Il s'agit essentiellement de l'éprouvette de flexion en trois points (cf NF A 03-180 page 16) et de l'éprouvette compacte de traction (idem page 18).

La nécessité de normalisation des éprouvettes provient de la variation de K_I avec l'épaisseur de celles-ci. En effet K_c décroît lorsque l'épaisseur croît jusqu'à ce que les conditions d'un état pla de déformation soient réalisées. La valeur limite atteinte dans ces conditions est le véritable facteur d'intensité de contrainte critique K_{Ic} .



Il s'ensuit que pour que les conditions de déformations planes soient réalisées l'éprouvette doit avoir une épaisseur suffisamment grande par rapport à la taille de la zone plastique, ce qui conduit à adopter la restriction suivante :

$$B \geq 2,5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2$$

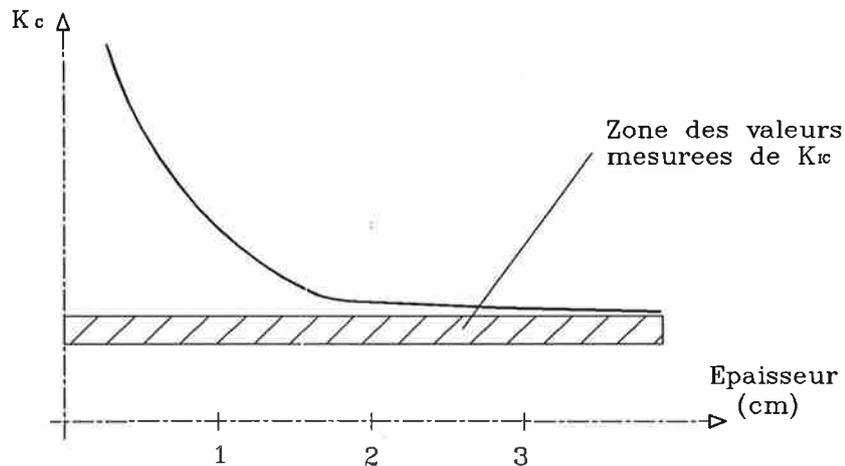
On a alors :

$$B \geq 47 \text{ Rayon plastique}$$

Donc l'épaisseur de l'éprouvette est près de 50 fois plus grande que la taille de la zone plastique.

Par ailleurs, ces conditions assurent une contrainte de cisaillement faible en regard de la contrainte normale, de sorte que la fissure est soumise au mode I d'ouverture et non à une combinaison des trois modes.

La fissure est une fissure de fatigue initiée sur une entaille en chevron afin d'obtenir une propagation facile et sans déviation latérale.



La fissure de longueur a est obtenue par fatigue. La longueur doit être au moins égale à 2,5% de l'épaisseur B afin d'éliminer tout effet perturbateur de l'entaille machinée. En fait les normes imposent une longueur de fissure supérieure à 1,27 mm. La fissure de fatigue doit être faite sur le métal traité.

Enfin il a été observé que lorsque la zone plastique développée lors de la fissuration par fatigue est plus grande que celles qui sont préconisées par la norme, les valeurs de K_{Ic} obtenues sont trop élevées. Les normes requièrent donc que la contrainte maximale appliquée lors du chargement de fatigue soit telle que la valeur maximale K_{MAX} au cours du cycle de fatigue soit limitée par une proportion du module d'Young du matériau :

$$\frac{K_{MAX}}{E} \leq 0,014 \sqrt{\text{mm}}$$

De plus K_{MAX} ne doit pas être supérieur à 60% de la valeur de K_{Ic} déterminée au cours de l'essai statique ultérieur.

4- DISPOSITIF D'ESSAI

Les éprouvettes précédemment décrites sont sollicitées en flexion ou en traction. Dans les deux cas on enregistre pendant l'essai la variation de la charge appliquée à l'éprouvette en fonction de l'écartement des lèvres de l'entaille.

La charge est mesurée soit par un dynamomètre de traction, soit par jauges de déformation.

L'écartement des lèvres de la fissure est mesuré grâce à un extensomètre à lames sur lesquelles sont collées des jauges.

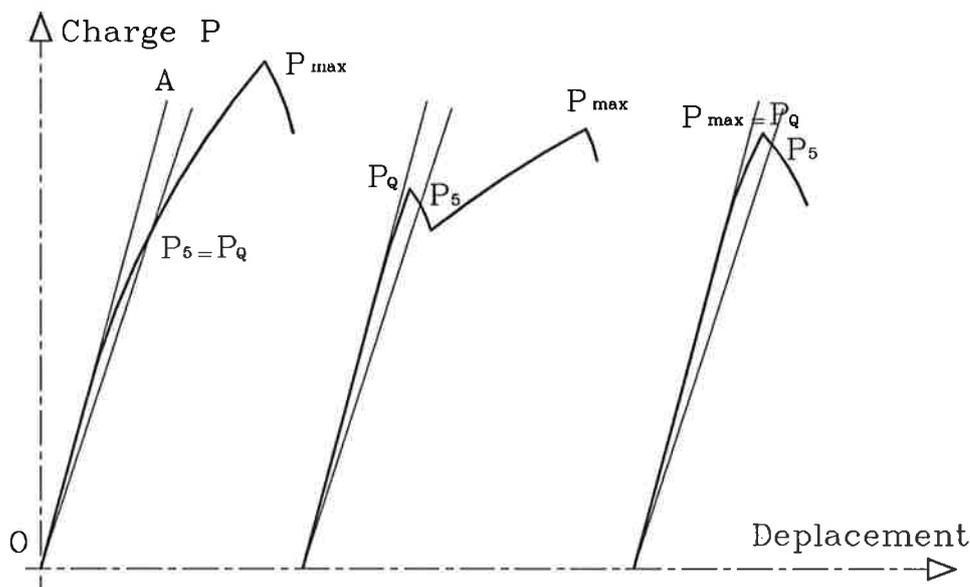
2-1 Détermination de K_{Ic}

Les courbes "charge - déplacement" permettent facilement de calculer K_{Ic} .

Le cas idéal de mesure de K_{Ic} par cette méthode n'est pratiquement jamais obtenu. Il correspondrait à un métal qui casserait brutalement sans déformation plastique apparente. Or on s'est rapidement aperçu que les courbes "charge - déplacement" ne présentent que rarement un point anguleux. On observe souvent un éloignement continu de la courbe réelle par rapport à la courbe idéale.

Cette non-linéarité est due principalement à une déformation plastique à l'extrémité de la fissure, à une éventuelle propagation lente de la fissure, et au fait que la fissure tend à se propager brutalement par à-coups d'intensité très faible.

Les principaux types de courbes "charge - déplacement" que l'on peut obtenir sont représentés sur la figure suivante :



On peut, en traçant une droite OP₅ dont la pente est inférieure à 5% à la pente de la portion rectiligne OA, déterminer une valeur K_Q de K qui correspond à K_{IC} si les conditions suivantes sont réalisées :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Epaisseur B} \\ \text{Longueur de fissure a} \end{array} \right\} \geq 2,5 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_e} \right)^2$$

et $\frac{P_{MAX}}{P_Q} < 1,1$

Si ces conditions sont satisfaites, K_Q est pris comme valeur de K_{IC}. S'il n'en est pas ainsi, l'essai n'est pas valable et, bien que les résultats puissent être utilisés pour estimer la résistance à la rupture du matériau, ils ne représentent pas la valeur normalisée K_{IC}.

Après avoir calculé P_Q comme indiqué précédemment, le calcul de K_{IC} s'effectue à l'aide des relations données par la norme (pages 9 à 11).

2-2 Essais dynamiques

Lorsque l'éprouvette est chargée rapidement, la valeur de K_{IC} obtenue, notée K_{ID}, peut être sensiblement différente de celle obtenue lors d'un essai statique.

La plupart des essais dynamiques sont effectués par impact d'une charge sur l'éprouvette. Plusieurs types d'essais ont été proposés à ce jour. Cependant aucun d'entre eux n'a encore été normalisé.

Néanmoins, les valeurs dynamiques représentent une limite inférieure de K_{IC}. Leur usage est par conséquent fortement recommandé lorsque la structure étudiée est soumise à un chargement dynamique.

Les essais mécaniques de la rupture sont longs et coûteux car la nécessité de réaliser un état plan de déformation conduit à utiliser des éprouvettes d'autant plus épaisses que la limite d'élasticité du matériau s'abaisse.

A l'opposé, les essais classiques de fragilité (essais CHARPY) ainsi que l'essai de traction sont peu onéreux. Le problème de la détermination expérimentale de K_{IC} serait donc considérablement simplifié si l'on pouvait relier sa valeur à celles d'autres paramètres tels que la résilience KV ou la limite d'élasticité σ_e .

Plusieurs études ont été menées dans ce but avec plus ou moins de succès.

2-2-1 Essais de résilience

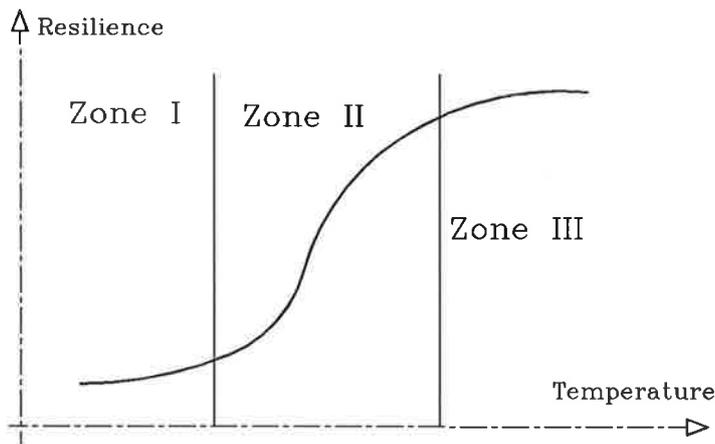
La sensibilité d'un matériau à l'effet d'entaille se mesure par un essai de résilience consistant en un chargement statique ou dynamique d'une éprouvette entaillée. L'essai le plus traditionnel est l'essai de flexion par choc sur éprouvette bi-appuyée, communément appelé essai CHARPY.

Au cours de cet essai, l'éprouvette est rompue par choc sous l'effet d'une masse pendulaire. La différence angulaire caractérise l'énergie absorbée par la rupture de l'éprouvette. Cette énergie, appelée *résilience*, s'exprime en Joules lorsque l'éprouvette a des dimensions normalisées.

Forme de l'entaille :

$$\begin{array}{ccc} V & & \\ \text{Joules/cm}^2 & \begin{array}{l} \nearrow \text{KCV} = 1,25 \text{ KV} \\ \searrow \text{KCU} = 2 \text{ KU} \end{array} & \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \text{Joules} \\ U & & \end{array}$$

Des essais CHARPY réalisés à différentes températures montrent que la résilience est étroitement liée à la température, ainsi que le fait apparaître la courbe de transition de résilience :



Zone I : Basses températures

Rupture fragile

Zone II : Températures moyennes

Zone de transition

Zone III : Hautes températures

Rupture ductile

Les éprouvettes rompues à faibles températures sont à peine déformées alors que la rupture à plus hautes températures s'accompagne d'une très importante déformation.

On constate par exemple que l'acier A 36 reste fragile à des températures pour lesquelles la rupture de l'acier A 588 est déjà

franchement ductile. La température à laquelle se manifeste la transition fragile-ductile dépend donc essentiellement du matériau employé.

Outre l'effet de la température, il est à signaler que la résilience est très sensible à la vitesse de l'essai.

2-2-2 Relations entre la ténacité et la résilience

La plupart des relations proposées ne sont valables que dans un domaine restreint de température et pour des matériaux particuliers.

Nous ne citerons que les résultats les plus généraux compte-tenu du fait que la dispersion des essais de résilience rend la recherche d'une bonne précision tout à fait illusoire.

Niveau ductile de la courbe de transition :

$$\text{Rolfe et Barsom} \longrightarrow \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2 = 0,646 \frac{KV}{\sigma_e} - 6,35 \cdot 10^{-3}$$

K_{Ic} en $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, σ_e en MPa et KV en Joules

Niveau fragile de la courbe de transition :

$$\text{Pailors et Corten} \longrightarrow K_{Ic}^2 = \alpha E KV$$

K_{Ic} en $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, E en MPa et KV en Joules

α varie entre $0,65 \cdot 10^{-3}$ et 10^{-3} selon la nature du métal.

2-3 Mesure des longueurs de fissure

La mesure de la longueur d'une fissure est un des problèmes pratiques les plus délicats à résoudre : une fissure fermée est bien souvent invisible à l'œil nu. D'autre part le front de la fissure est rarement rectiligne, autrement dit, la longueur de la fissure est fonction de l'endroit de mesure.

Nous allons passer en revue les différentes méthodes utilisées en nous attachant surtout aux avantages et inconvénients de chacune (on notera que les vitesses de fissuration se calculent à partir des mesures de longueur et de temps).

2-3-1 Méthode optique

Elle consiste tout simplement à suivre optiquement l'évolution de la fissure. Un microscope mobile et un bon éclairage permettent d'améliorer la

précision des mesures.

La mesure de longueur proprement dite se fait soit en utilisant un réticule monté dans le microscope, soit en utilisant des repères solidaires de l'éprouvette (graduations gravées ou déposées par un procédé photo-chimique, empreinte de microdureté etc ...)

2-3-2 Méthode des filaments brisés

Des filaments sont tendus sur la face de l'éprouvette, en travers du chemin supposé de la fissure et perpendiculairement à celui-ci. Les fils se brisent les uns après les autres au fur et à mesure que les lèvres de la fissure s'écartent. Ces filaments peuvent être traversés par un courant électrique, ce qui rend la fissure facilement repérable.

2-3-3 Méthode de la complaisance

On procède d'abord à un étalonnage sur un spécimen identique à celui qui sera utilisé dans les essais. Cet étalonnage consiste à établir une courbe complaisance - longueur de fissure. La complaisance représente le déplacement provoqué par une force appliquée égale à l'unité (c'est l'inverse de la rigidité).

Par la suite, au cours de n'importe quel essai effectué sur une éprouvette semblable, il sera toujours possible de connaître la longueur de la fissure en effectuant une mesure de complaisance.

L'inconvénient est qu'une mesure de complaisance effectuée au cours d'un essai peut éventuellement modifier le résultat de l'essai lui-même. D'autre part, cette méthode est extrêmement sensible aux variations de dimension d'un spécimen à l'autre (une normalisation bien choisie de la courbe d'étalonnage pourra partiellement y remédier).

2-3-4 Méthode du ressuage

La méthode consiste à effectuer un test de ressuage sur le spécimen à chaque fois que l'on veut connaître la longueur de la fissure.

L'inconvénient est qu'il faut pratiquement démonter l'éprouvette lors de chaque mesure.

2-3-5 Méthode par ultra-sons

Un traducteur mobile, guidé par des glissières, est placé sur la face supérieure de l'éprouvette et est relié à un réflectoscope. Un montage

déclenche alors le mouvement du traducteur lorsque l'écho de fissure atteint un niveau donné. Le mouvement du traducteur est égal à l'avancement du front de fissure.

Cette méthode est difficile à mettre en oeuvre avec les éprouvettes minces.

2-3-6 Méthode de l'émission acoustique

Cette méthode, basée sur l'émission acoustique d'un matériau lors de sa plastification, est utilisée comme méthode de contrôle non destructif des ouvrages en service.

Elle peut aussi servir au suivi de la propagation de la fissuration d'une éprouvette.

2-3-7 Méthode par courant de FOUCAULT

Deux bobines, montées en pont de *Wheastone*, créent des courant de FOUCAULT. L'une est placée sur le chemin supposé de la fissure, l'autre est au-dessus.

Lorsque la fissure se propage sous l'une des bobines, la répartition de ces courants est modifiée et un déséquilibre apparait dans la diagonale du pont.

Comme dans la méthode par ultra-sons, un montage déclenche alors le mouvement des deux bobines.

éditée par l'association française de normalisation afnor - tour europe cedex 7 92080 paris la défense - tél. (1) 778-13-26

| NORME FRANÇAISE ENREGISTRÉE | PRODUITS SIDÉRURGIQUES DÉTERMINATION DU FACTEUR D'INTENSITÉ DE CONTRAINTE CRITIQUE DES ACIERS | NF A 03-180 Juin 1981 |
|---|---|---|
| SOMMAIRE | | |
| | | Page |
| | Avant-propos | 2 |
| 1 | Objet | 2 |
| 2 | Domaine d'application | 2 |
| 3 | Généralités | 2 |
| 4 | Principe de la méthode | 3 |
| 5 | Définitions et symboles | 3 |
| 6 | Éprouvettes | 4 |
| 6.1 | Généralités | 4 |
| 6.2 | Éprouvettes normalisées | 4 |
| 6.3 | Autres éprouvettes | 5 |
| 6.4 | Fissuration par fatigue | 5 |
| 7 | Appareillage | 6 |
| 7.1 | Généralités | 6 |
| 7.2 | Dispositif pour l'essai de flexion | 6 |
| 7.3 | Dispositif pour l'essai sur éprouvettes compactes et éprouvettes en C | 6 |
| 7.4 | Capteur de déplacement | 6 |
| 8 | Mode opératoire | 6 |
| 8.1 | Nombre d'essais | 6 |
| 8.2 | Mesure des dimensions de l'éprouvette | 6 |
| 8.3 | Essai de flexion | 8 |
| 8.4 | Essai sur éprouvettes compactes et éprouvettes en C | 8 |
| 8.5 | Enregistrement de l'essai | 8 |
| 9 | Calcul et interprétation des résultats | 8 |
| 9.1 | Interprétation du diagramme d'essai et calcul de K_{IC} | 8 |
| 9.2 | Orientation du plan de la fissure | 11 |
| 9.3 | Aspect de la cassure | 11 |
| 10 | Procès-verbal d'essai | 11 |
| | Annexe I - Limites des vitesses de mise en charge pour différents types d'éprouvettes | 13 |
| | Annexe II - Extensomètre à lames | 14 |
| | Annexe III - Détermination du rapport de résistance R_g | 15 |
| Enregistrée par décision du 1981-05-19 pour prendre effet le 1981-06-19 | La présente norme remplace la norme expérimentale de même indice publiée en décembre 1974. | © afnor 1981 Droits de reproduction et de traduction réservés pour tous pays |

AVANT-PROPOS

Les examens de ruptures en service ayant montré l'importance de défauts sur l'initiation des ruptures brutales, un certain nombre de théories permettant d'étudier de manière quantitative l'aptitude d'un acier à résister à la propagation brutale d'une fissure ont été élaborées.

Ces théories sont basées sur des analyses élastiques des contraintes et des déformations ou sur des analyses élasto-plastiques; les essais correspondants sont effectués sur des éprouvettes ayant une entaille très aiguë, obtenue généralement par fissuration en fatigue.

Les principaux critères issus de ces études sont :

- 1) le facteur d'intensité de contrainte K_{Ic} . Ce paramètre est appelé K_{Ia} lorsque les essais sont effectués à très grande vitesse;
- 2) l'écartement critique à fond de fissure C.O.D. Ce paramètre peut également être déterminé à grande vitesse;
- 3) énergie de crique nulle EC_0 ;
- 4) valeur critique J_{Ic} de l'intégrale J de RICE.
- 5) la courbe en R .

Cette norme présente une concordance technique avec la norme américaine ASTM E 399-78.

1 OBJET

La présente norme a pour objet la description de la méthode de détermination du facteur d'intensité de contrainte critique K_{Ic} , des aciers par un essai de flexion ou de traction sur une éprouvette entaillée et pré-fissurée par fatigue.

2 DOMAINE D'APPLICATION

2.1 Cette méthode ne s'applique qu'aux produits d'épaisseur au moins égale à 7,5 mm (1).

2.2 Cette méthode n'est généralement valable que pour les aciers à très haute limite d'élasticité ou les aciers à résistance plus faible, utilisés en très forte épaisseur (voir 6.1.3).

2.3 Dans le cas où compte tenu de l'épaisseur et des caractéristiques du produit, la détermination de K_{Ic} n'est pas possible, on peut déterminer un rapport de résistance R_S (R_{Sb} pour une éprouvette de flexion, R_{Sc} pour une éprouvette compacte ou R_{Sd} pour une éprouvette en C) qui est une fonction de la charge maximale, des dimensions de l'éprouvette et de la limite d'élasticité du matériau. Cette détermination, décrite à l'annexe III, devra faire l'objet d'un accord préalable.

3 GÉNÉRALITÉS

3.1 Le facteur d'intensité de contrainte K_{Ic} d'un acier déterminé par la méthode définie dans ce document, caractérise, pour un environnement neutre, la résistance à la propagation brutale d'une fissure soumise à des contraintes telles que l'état de déformation soit plan.

Cette valeur peut être utilisée pour déterminer la relation entre la contrainte de rupture et la dimension du défaut dans un matériau en service pour lequel on suppose réalisées les conditions de fortes contraintes décrites plus haut.

3.2 Cet essai n'est pas un essai habituel étant donné que l'on ne peut être assuré à l'avance qu'une mesure valable de K_{Ic} sera obtenue par le premier essai. C'est pourquoi il est essentiel que tous les critères concernant la validité des résultats soient soigneusement considérés.

3.3 La valeur de K_{Ic} d'un acier donné est fonction de la vitesse d'essai et de la température.

(1) Pour les produits d'épaisseur inférieure à 7,5 mm mais suffisamment fragiles, les mesures de K_{Ic} peuvent être effectuées avec d'autres types d'éprouvettes.